

11 一次関数①(中2)まとめ

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

一次関数

hakken.の法則 

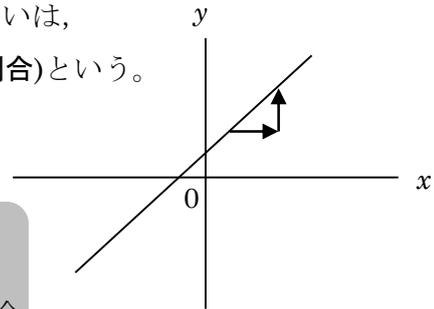
★^{いちじかんすう}一次関数…2つの変数 x, y について, y が x の一次式で表されるとき,
 y は x の一次関数であるという。

★一次関数の式は, $y = ax + b$ a, b は定数

$y = ax$ は比例(一次関数の $b = 0$ のとき)

$y = \frac{a}{x}$ は反比例

★^{かたむ}傾きと^{せつぺん}切片…一次関数 $y = ax + b$ のグラフの傾きぐあいは,
 a によって決まる。この a をグラフの傾き(=変化の割合)という。
また, 定数の部分 b は, グラフが y 軸と交わる
点 $(0, b)$ の y 座標になっている。
この b をグラフの切片という。



$y = ax + b$
↑ ↓
傾き 切片
傾き = 変化の割合

★変化の割合… x の増加量に対する y の増加量の割合を**変化の割合**という。
一次関数 $y = ax + b$ では, 変化の割合は一定で, a に等しい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$$

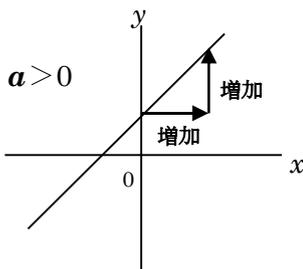
※ $a > 0$ のとき x の値が増加すると y の値が増加する。
 $a < 0$ のとき x の値が増加すると y の値が減少する。

★一次関数 $y = ax + b$ のグラフは, a の値によって次のようになる。

$a > 0$ (a が正) のとき

右上がり の直線になる。

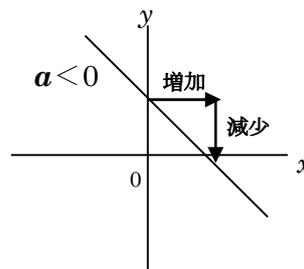
x の値が増加すると y の値は**増加**する。



$a < 0$ (a が負) のとき

右下がり の直線になる。

x の値が増加すると y の値は**減少**する。



2 次の㉗～㉚のことがらについて、 y を x の式で表し、 y が x の一次関数であるものを選び記号 BCDE で答えなさい。

- ㉗ 1個80円の鉛筆 x 本と50円の消しゴムを買った時の代金を y 円とする。
 ㉘ 縦が x cm, 横が y cm, 面積が 27 cm²の長方形。
 ㉙ 200mlの飲み薬を毎日25ml飲むとき、飲み始めてから x 日後の残りの飲み薬を y ml とする。
 ㉚ 時速 x kmの自動車が y kmを2時間かけて走った。

㉗ $y=80x+50$ 一次関数 $a=80, b=50$

㉘ $y=\frac{27}{x}$ 一次関数でない(反比例) $xy=27$

㉙ $y=200-25x$ 一次関数 $a=-25, b=200$

㉚ $y=2x$ 一次関数(比例) $a=2, b=0$

㉗ $y=80x+50$ ㉘ $y=\frac{27}{x}$
 ㉙ $y=200-25x$ ㉚ $y=2x$

一次関数 ㉗, ㉙, ㉚

3 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

一次関数の値の変化

hakken.の法則 

★増加量… 増加量=変化後の値-変化前の値
 y の増加量=変化の割合× x の増加量

例 一次関数 $y=-2x+5$ について、 x の値が-1から2まで増加するとき、次の問いに答えなさい。

(1) x の増加量を求めなさい。

[解き方] x の値が-1から2まで増加するから、 $2-(-1)=3$ [答] 3

(2) y の増加量を求めなさい。

[解き方] y の増加量= a × x の増加量より、 $a=-2$, x の増加量=3だから
 y の増加量= -2 ×3= -6 [答] -6

(3) 変化の割合を求めなさい。

[解き方] 変化の割合は $y=ax+b$ の a だから、 $a=-2$ [答] -2

4 次の問いに答えなさい。

ABCDE ① 一次関数 $y=3x-4$ について、 x の値が -3 から 1 まで増加するとき、 x の増加量と y の増加量を求めなさい。

x の増加量は、 x の値が -3 から 1 まで増加するから、 $1-(-3)=4$

y の増加量 $= a \times x$ の増加量より、 $a=3$ 、 x の増加量 $= 4$ だから、 $3 \times 4 = 12$

x の増加量 4 y の増加量 12

② 一次関数 $y=-4x+3$ について、 x が 5 増加するとき、 y の増加量と変化の割合を求めなさい。

y の増加量 $= a \times x$ の増加量より、 $a=-4$ 、 x の増加量 $= 5$ だから、 $-4 \times 5 = -20$

変化の割合は、 $y=ax+b$ の a に等しいから、 -4

y の増加量 -20 変化の割合 -4

5 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

一次関数のグラフのかき方

hakken. の法則 

例 次の一次関数のグラフをかきなさい。また、傾きと切片を答えなさい。

① $y=-2x+3$

グラフのかき方

- ① 切片の数を、 y 軸上に点を取る。
- ② 傾きを分数の形にし、さっき取った y 軸上の点から、分母の数だけ右へ、分子の数だけ上（マイナスのときは下）へ移動した点を取る。
- ③ ①と②の点を結び、グラフ用紙いっぱいにかく。
- ④ 問題番号をかく。

① $y=-2x+3$

切片が 3 なので、 y 軸上に点 $(0, 3)$ を取る。

② $y=\frac{-2}{1}x+3$ ← 傾きを分数にする。

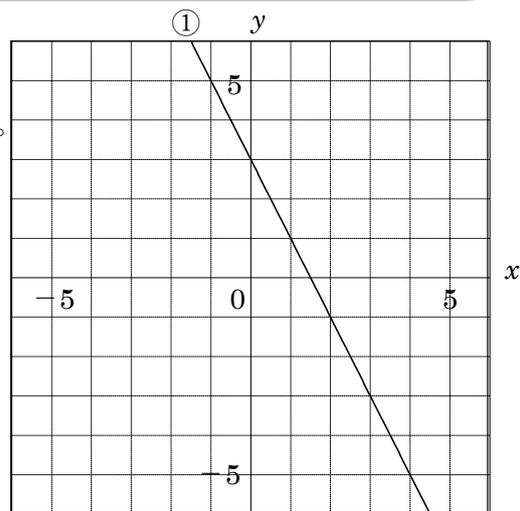
マイナスは分子につける。

- ③ 点 $(0, 3)$ から、右に 1 、下に 2 移動したところに点を取り、 2 点を通る直線をグラフ用紙いっぱいにかく。

- ④ 問題番号をかく。

$y=ax+b$ で、傾き $= a = -2$ 、切片 $= b = 3$

[答] 傾き -2、切片 3



6 次の一次関数のグラフをかきなさい。また、傾きと切片を答えなさい。

ABCDE ① $y = x - 1$

傾き 1 切片 -1

② $y = -3x + 2$

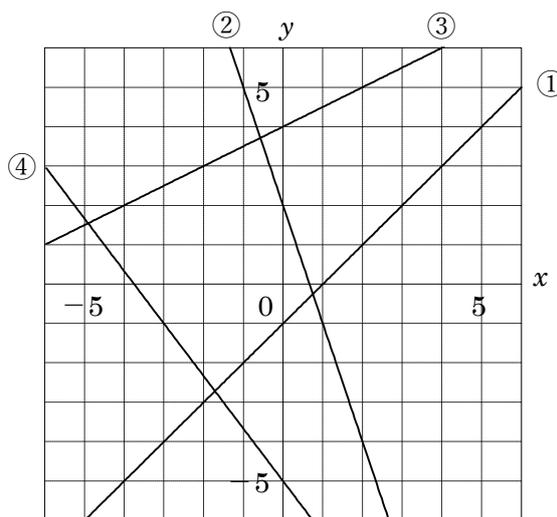
傾き -3 切片 2

③ $y = \frac{1}{2}x + 4$

傾き $\frac{1}{2}$ 切片 4

④ $y = -\frac{4}{3}x - 5$

傾き $-\frac{4}{3}$ 切片 -5



問題番号を書いていなければ×

7 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

一次関数の式を求めること

hakken. の法則

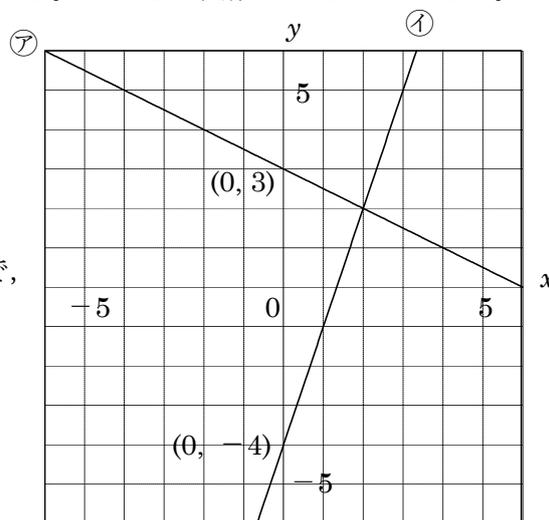
例 ㉞㉟は、それぞれある一次関数のグラフである。これらの関数の式を求めなさい。

[解き方] 一次関数のグラフが与えられて、
 $y = ax + b$ の式を求めるには、
 グラフから傾き a と切片 b を読み
 とればよい。

㉞ 点(0, 3)を通るから、切片は3
 点(0, 3)から右へ2, 下へ1進んでいるので、
 傾きは、 $\frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ よって、 $y = -\frac{1}{2}x + 3$

㉟ 点(0, -4)を通るから、切片は-4
 点(0, -4)から右へ1,
 上へ3進んでいるので、

傾きは $\frac{3}{1}$ よって、 $y = 3x - 4$ [答] ㉞ $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ㉟ $y = 3x - 4$



8 アイの1次関数のグラフの式を求めなさい。

ABCDE

- ア 点(0, -5)を通るから、切片は-5
点(0, -5)から右へ1,
上へ4進んでいるので、

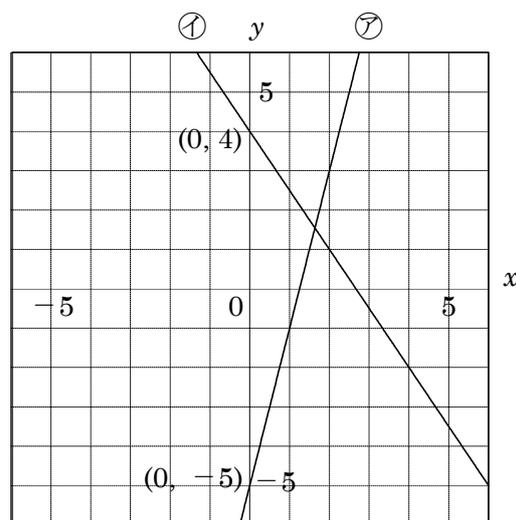
$$\text{傾きは, } \frac{4}{1}=4 \text{ よって, } y=4x-5$$

- イ 点(0, 4)を通るから、切片は4
点(0, 4)から右へ2,
下へ3進んでいるので、

$$\text{傾きは} -\frac{3}{2} \text{ よって, } y=-\frac{3}{2}x+4$$

$$\text{ア } y=4x-5$$

$$\text{イ } y=-\frac{3}{2}x+4$$



9 アイの1次関数のグラフの式を求めなさい。

BCDE

- ア 切片はy軸との交点(0, -4)より-4
そこからx軸との交点(3, 0)へ向かって
右へ3, 上へ4進んでいるので、傾きは, $\frac{4}{3}$

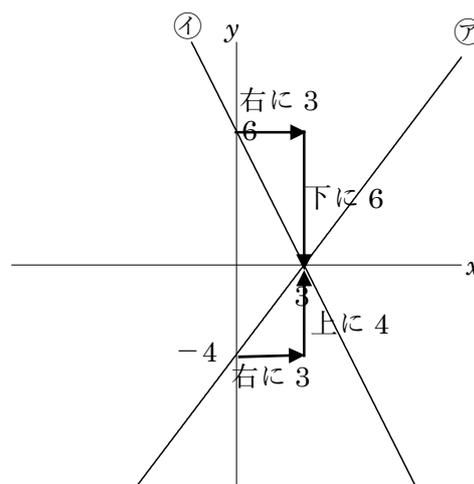
$$\text{よって, } y=\frac{4}{3}x-4$$

- イ 切片はy軸との交点(0, 6)より6
そこからx軸との交点(3, 0)へ向かって
右へ3, 下へ6進んでいるので、

$$\text{傾きは} \frac{-6}{3}=-2 \text{ よって, } y=-2x+6$$

$$\text{ア } y=\frac{4}{3}x-4$$

$$\text{イ } y=-2x+6$$



10 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

傾きと1点の座標がわかるとき

hakken. の法則 

例 y は x の一次関数で、そのグラフが点(2, -3)を通り、傾き2の直線であるとき、この一次関数の式を求めなさい。

[解き方] 一次関数の式は $y=ax+b$ 、傾き2を代入すると $y=2x+b$ となる。

点(2, -3)を通るから、 $x=2$, $y=-3$ それぞれの値を $y=2x+b$ に代入して、

$$-3=2 \times 2 + b$$

$$-3=4+b$$

$$-b=4+3$$

$$-b=7$$

$$b=-7 \quad \text{これより、求める式は、} y=2x-7 \quad \text{[答]} \underline{y=2x-7}$$

11 変化の割合が5で、点(0, 4)を通る直線であるとき、この一次関数の式を求めなさい。

ABCDE

$y=ax+b$ で a は変化の割合、 b は切片を表す

変化の割合は $a=5$

切片は y 軸との交点(0, 4)の座標だから、 $b=4$

$y=ax+b$ に $a=5$, $b=4$ を代入して $y=5x+4$

$$\underline{y=5x+4}$$

12 $x=-6$ のとき、 $y=10$ で、 x 増加量が3のとき、 y 増加量が2であるとき、この一次関数の式を求めなさい。

BCDE

一次関数の式 $y=ax+b$ は x が3増加すると、 y は2増加するということは、

変化の割合(傾き) $a=\frac{2}{3}$ 、これを $y=ax+b$ に代入すると、 $y=\frac{2}{3}x+b$

また、 $x=-6$, $y=10$ を通るから、これを $y=\frac{2}{3}x+b$ に代入する

$$10=\frac{2}{3} \times (-6) + b$$

$$10=-4+b$$

$$b=14 \quad \text{よって} y=\frac{2}{3}x+14$$

$$\underline{y=\frac{2}{3}x+14}$$

13 x が 4 増加すると、 y は 3 減少し、 $(-8, 9)$ を通る直線の式を求めなさい。

BCDE

x が 4 増加すると、 y は 3 減少することから、傾きは $a = -\frac{3}{4}$

$a = -\frac{3}{4}$ を $y = ax + b$ に代入すると、

$y = -\frac{3}{4}x + b$ 、またこれに $(-8, 9)$ を代入すると、

$$y = -\frac{3}{4}x + b$$

$$9 = 6 + b$$

$$-b = 6 - 9$$

$$-b = -3$$

$b = 3$ 求める式は、 $y = -\frac{3}{4}x + 3$

$$\underline{y = -\frac{3}{4}x + 3}$$

14 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

2点の座標から一次関数の式を求めること

hakken. の法則 

例 グラフが、2点(2, 4), (8, 7)を通る直線となる一次関数の式を求めなさい。

[解き方 I] 求める一次関数の式を $y=ax+b$ とする。

$$x=2 \text{ のとき } y=4 \text{ だから, } \begin{cases} 4=2a+b & \cdots\text{①} \\ 7=8a+b & \cdots\text{②} \end{cases}$$

$$x=8 \text{ のとき } y=7 \text{ だから, } \begin{cases} 4=2a+b & \cdots\text{①} \\ 7=8a+b & \cdots\text{②} \end{cases}$$

①-②

$$4=2a+b$$

$a=\frac{1}{2}$ を①式に代入する

$$\text{—) } 7=8a+b$$

$$-3=-6a$$

$$4=2 \times \frac{1}{2} + b$$

$$6a=3$$

$$4=1+b$$

$$\frac{6a}{6} = \frac{3}{6}$$

$$-b=1-4$$

$$-b=-3$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$b=3$$

求める式は, $y = \frac{1}{2}x + 3$

[解き方 II] 2点(2, 4), (8, 7)を通る直線の傾きは, 傾き(変化の割合) = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$

$$\frac{7-4}{8-2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = a \text{ だから, 求める一次関数の式は, [答] } y = \frac{1}{2}x + b$$

$$(2, 4) \text{ を通るから, } 4 = \frac{1}{2} \times 2 + b$$

$$4 = 1 + b$$

$$-b = 1 - 4$$

$$-b = -3$$

$$b = 3 \text{ よって, 求める式は, [答] } y = \frac{1}{2}x + 3$$

15 $x=-1$ のとき $y=7$, $x=2$ のとき $y=-2$ となる一次関数の式を求めなさい。

ABCDE

求める一次関数の式を $y=ax+b$ とする。

$$x=-1 \text{ のとき } y=7 \text{ だから, } \begin{cases} 7=-a+b & \dots \textcircled{1} \\ -2=2a+b & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$x=2 \text{ のとき } y=-2 \text{ だから, } \begin{cases} 7=-a+b & \dots \textcircled{1} \\ -2=2a+b & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r} 7=-a+b \\ -) \quad -2=2a+b \\ \hline 9=-3a \\ 3a=-9 \\ a=-3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a=-3 \text{ を } \textcircled{1} \text{ 式に代入する} \\ 7=3+b \\ -b=3-7 \\ -b=-4 \\ b=4 \end{array}$$

$$a=-3 \qquad b=4 \qquad \text{求める式は, } \underline{y=-3x+4}$$

[別解] 2点 $(-1, 7)$, $(2, -2)$ を通る直線の傾きは, 傾き $=\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}=a$

$$\frac{-2-7}{2+1}=\frac{-9}{3}=-3=a \text{ だから, 求める一次関数の式は } y=-3x+b$$

$$(-1, 7) \text{ を通るから, } 7=3+b$$

$$-b=3-7$$

$$-b=-4$$

$$b=4 \text{ よって, 求める式は, } \underline{y=-3x+4}$$

16 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

いろいろな一次関数の式のもとめ方(1)

hakken.の法則 

例 直線 $y=2x-7$ に平行で, 点 $(-3, 2)$ を通る直線の式を求めなさい。

[解き方] 一次関数の式 $y=ax+b$ は, 平行ならば傾き(変化の割合) a は等しい。

傾き $a=2$ を代入すると $y=2x+b$

点 $(-3, 2)$ を通るから, $x=-3$, $y=2$ を $y=2x+b$ に代入すると

$$2=-6+b$$

$$-b=-6-2$$

$$-b=-8$$

$$b=8$$

求める式は, $y=2x+8$

[答] $y=2x+8$

17 直線 $y = -2x + 6$ に平行で、点 $(2, -8)$ を通る直線の式を求めなさい。

ABCDE

平行な直線は傾きが等しいから傾きは $-2(a = -2)$

これを、 $y = ax + b$ に代入すると、 $y = -2x + b$

点 $(2, -8)$ を通るから

$$-8 = -2 \times 2 + b$$

$$-8 = -4 + b$$

$$-b = -4 + 8$$

$$-b = 4$$

$$b = -4 \quad \text{求める式は、} y = -2x - 4$$

$$\underline{y = -2x - 4}$$

18 x 軸に平行で、点 $(0, -8)$ を通る直線の式を求めなさい。

BCDE

x 軸に平行で、点 $(0, -8)$ を通る直線は、 y 座標が -8 になるグラフなので

$$y = -8$$

$$\underline{y = -8}$$

19 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

BCDE

いろいろな一次関数の式のもとめ方(2)

hakken. の法則 

例 直線 $y = 2x - 7$ と y 軸上で交わり、点 $(-3, 2)$ を通る直線の式を求めなさい。

[解き方] 一次関数の式 $y = ax + b$ は、 y 軸上で交わるならば、切片 b は等しい。

切片 $b = -7$ を代入すると $y = ax - 7$

点 $(-3, 2)$ を通るから、 $x = -3$, $y = 2$ を $y = ax - 7$ に代入する

$$2 = -3a - 7$$

$$3a = -7 - 2$$

$$3a = -9$$

$$a = -3$$

求める式は、 $y = -3x - 7$

[答] $\underline{y = -3x - 7}$

20

BCDE

直線 $y = \frac{1}{2}x - 4$ と y 軸上で交わり、点(4, -3)を通る直線の式を求めなさい。

一次関数の式 $y = ax + b$ は、 y 軸上で交わるならば、切片 b は等しい。

切片 $b = -4$ を代入すると $y = ax - 4$

点(4, -3)を通るから、 $x = 4$, $y = -3$ を $y = ax - 4$ に代入する

$$-3 = 4a - 4$$

$$4a = 4 - 3$$

$$4a = 1$$

$$a = \frac{1}{4}$$

求める式は、 $y = \frac{1}{4}x - 4$

$$y = \frac{1}{4}x - 4$$

添削をお願いいたします

21 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

いろいろな一次関数の式のもとめ方(3)

hakken. の法則 

例 下の対応表における一次関数の式を求め、□に当てはまる数を求めなさい。

[解き方] 求める一次関数の式を $y = ax + b$ とする。

x	0	...	2	...	□
y	3	...	4	...	7

$x = 0$ のとき $y = 3$ なので切片 b は 3

$$\text{よって } y = ax + 3$$

これに $x = 2$, $y = 4$ を代入する

$$4 = a \times 2 + 3$$

$$4 = 2a + 3$$

$$-2a = 3 - 4$$

$$-2a = -1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

求める式は $y = \frac{1}{2}x + 3$

これに $y = 7$ を代入して

$$7 = \frac{1}{2}x + 3$$

$$-\frac{1}{2}x = 3 - 7$$

$$-\frac{1}{2}x = -4$$

$$-\frac{1}{2}x \times \left(-\frac{2}{1}\right) = -4 \times \left(-\frac{2}{1}\right)$$

$$x = 8$$

[答] $y = \frac{1}{2}x + 3$ □ = 8

22 下の対応表における一次関数の式を求め、□に当てはまる数を求めなさい。

ABCDE

x	0	...	3	...	□
y	-2	...	0	...	4

求める一次関数の式を $y=ax+b$ とする。

$x=0$ のとき $y=-2$ なので切片 b は -2

よって $y=ax-2$

これに $x=3, y=0$ を代入する

$$0=a \times 3 - 2$$

$$0=3a - 2$$

$$-3a = -2$$

$$a = \frac{2}{3} \quad \text{求める式は } y = \frac{2}{3}x - 2$$

これに $y=4$ を代入して

$$4 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$-\frac{2}{3}x = -2 - 4$$

$$-\frac{2}{3}x = -6$$

$$-\frac{2}{3}x \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -6 \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$x = 9$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2, \quad \square = 9$$

23 グラフが、右の図の㉗～㉕のような直線になる一次関数の式を

BCDE 求めなさい。ただし、㉗と㉕は平行である。

グラフと問題文から読み取れること

㉗ 切片 $b = -2$, $(4, 0)$ を通り㉕と平行

㉘ 切片 $b = -4$, ㉗と平行

㉙ 切片 $b = 2$, $(2, -4)$ を通っている

㉚ 切片 $b = 2$, $(3, 4)$ を通っている

これらのことから

㉗ 切片は -2 だから, $y = ax - 2$ として

$(4, 0)$ を代入する

$$0 = 4a - 2, \quad a = \frac{1}{2} \quad \text{求める式は, } y = \frac{1}{2}x - 2$$

㉘ 切片は -4 , 傾きは $\frac{1}{2}$ (㉗と平行より) 求める式は, $y = \frac{1}{2}x - 4$

㉙ 切片は 2 だから, $y = ax + 2$ として, $(2, -4)$ を代入する

$$-4 = 2a + 2, \quad a = -3, \quad \text{求める式は, } y = -3x + 2$$

㉚ 切片は 2 だから, $y = ax + 2$ として, $(3, 4)$ を代入する

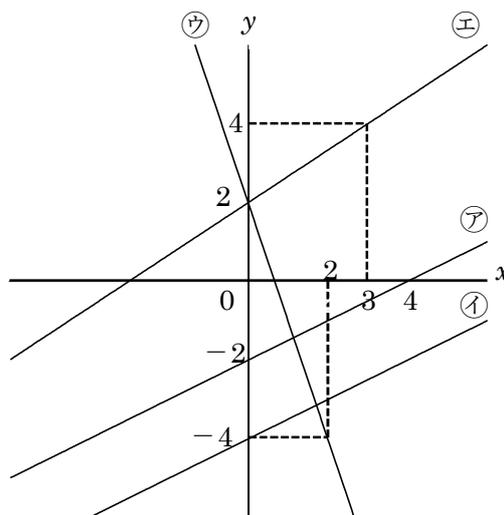
$$4 = 3a + 2, \quad a = \frac{2}{3}, \quad \text{求める式は, } y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$\textcircled{7} \quad \underline{y = \frac{1}{2}x - 2}$$

$$\textcircled{8} \quad \underline{y = \frac{1}{2}x - 4}$$

$$\textcircled{9} \quad \underline{y = -3x + 2}$$

$$\textcircled{10} \quad \underline{y = \frac{2}{3}x + 2}$$



- 24 BCDE 2 直線 $y = -3x + 5$ と $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ の交点を通り、傾き 3 の直線の式を求めなさい。

まず交点を求めるために連立方程式を解く。

$$\begin{cases} y = -3x + 5 & \cdots \text{①} \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} & \cdots \text{②} \end{cases} \quad \text{①を②に代入すると,}$$

$$-3x + 5 = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

両辺に 3 をかけて,

$$-9x + 15 = 2x + 4$$

$$-9x - 2x = 4 - 15$$

$$-11x = -11$$

$$x = 1$$

$x = 1$ を①に代入

$$y = -3 + 5$$

$$y = 2$$

よって、交点は (1, 2)

これを $y = ax + b$ に代入

$$2 = a + b$$

傾きが 3 なので、 $a = 3$

$$2 = 3 + b$$

$$b = 2 - 3$$

$$b = -1$$

よって求める直線の式は、 $y = 3x - 1$

$$\underline{\underline{y = 3x - 1}}$$

- 25 ABCDE 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

x の変域に制限があるときの y の変域

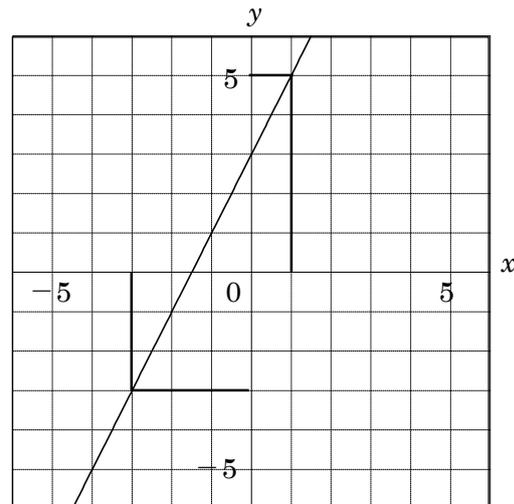
hakken. の法則

- 例 一次関数 $y = 2x + 3$ について、 x の変域を $-3 \leq x \leq 1$ としたときの y の変域を求めなさい。

[解き方]	$x = -3$ のとき	$x = 1$ のとき
	$y = 2 \times (-3) + 3$	$y = 2 \times 1 + 3$
	$= -3$	$= 5$

これより y の変域は

[答] $\underline{\underline{-3 \leq y \leq 5}}$



26 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ について、 x の変域を $-2 \leq x \leq 4$ としたときの y の変域を求めなさい。
ABCDE

$$x = -2 \text{ のとき, } y = -\frac{1}{2} \times (-2) + 1 = 2$$

$$x = 4 \text{ のとき, } y = -\frac{1}{2} \times 4 + 1 = -1 \quad \text{これより } y \text{ の変域は, } -1 \leq y \leq 2$$

x の変域に合わせて、 $2 \leq y \leq -1$ と書かないように注意する。

$$\underline{-1 \leq y \leq 2}$$

27 一次関数 $y = x + 3$ で、 x の変域を $-1 \leq x \leq a$ としたとき y の変域は $b \leq y \leq 8$ である。
BCDE このとき、 a と b の値を求めなさい。

x の係数が 1 で正だから右上がりのグラフ

だから $x = -1$ のとき、 y 座標は b 、 x 座標は a のとき、 $y = 8$

したがって、 $x = -1$ を $y = x + 3$ に代入 $y = -1 + 3 = 2$ よって $b = 2$,

$y = 8$ を $y = x + 3$ に代入 $8 = x + 3$

$$x = 5, \text{ よって } a = 5$$

$$\underline{a = 5, b = 2}$$