

1 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

二等辺三角形

hakken. の法則 

★**定義**…^{ていぎ}ことばの意味をはっきりと述べたものを**定義**という。

★**定理**…^{ていり}証明されたことがらのうち、基本になるものを**定理**という。

★**逆**…^{ぎやく}あることがらの仮定と結論を入れかえたものを、**定理の逆**という。

正しいことの逆はいつでも正しいとは限らない。

例 次のことがらの逆を述べ、それが正しいかどうかを答えなさい。また正しくない場合は反例も書きなさい。

「自然数 a が 4 の倍数ならば、 a は偶数である。」… I

[答]

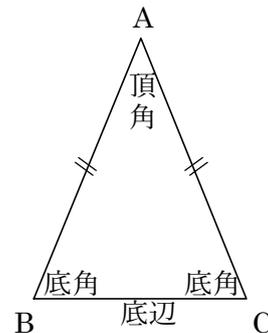
逆 自然数 a が偶数ならば、 a は 4 の倍数である。… II 正しくない 反例 6

I は正しいが、II は正しくない。たとえば、6 は偶数であるが 4 の倍数ではない。

このようにあることがらが成り立たない例を**反例**という。

★**二等辺三角形の定義**…2 辺が等しい三角形

★右図のような $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で $\angle BAC$ を**頂角**、 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ を**底角**という。



★**二等辺三角形の性質の定理**

1 二等辺三角形の底角は等しい。(定理)

2 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に 2 等分する。(定理)

例 右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

[解き方] 2 辺が等しいので、二等辺三角形。
二等辺三角形の底角は等しいから、

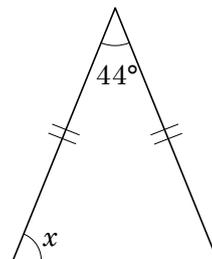
$$2 \times x + 44^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 44^\circ$$

$$2x = 136^\circ$$

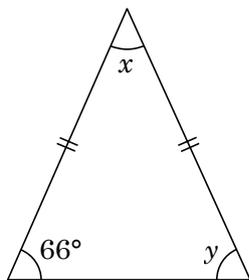
$$x = 68^\circ$$

[答] $\angle x = 68^\circ$

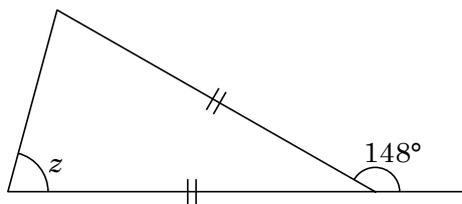


2 次の $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

ABCDE ①

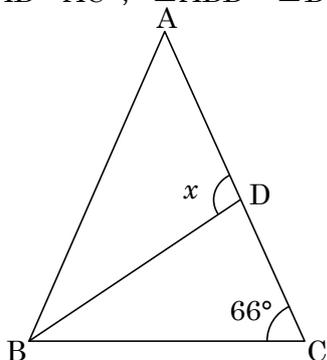


②

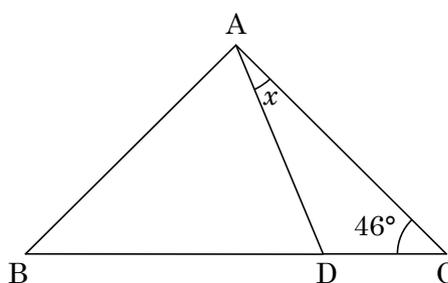


3 次の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

BCDE ① $AB=AC$, $\angle ABD=\angle DBC$

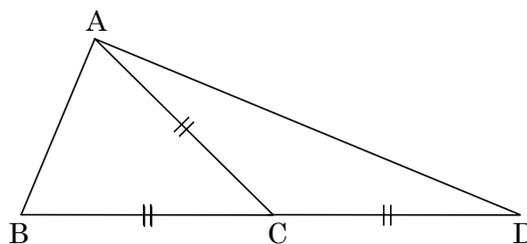


② $AB=BD=AC$



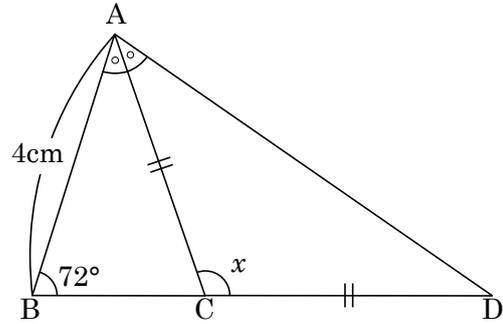
4 次の $\angle BAD$ の大きさを求めなさい。

BCDE



5 右の図において、次の問いに答えなさい。

BCDE ① $\angle x$ を求めなさい。



② CD の長さを求めなさい。

6 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

二等辺三角形の証明

hakken. の法則

例 $\triangle ABC$ において、 $BD=CE$ になるように、 AB 上に点 E 、 AC 上に点 D をとる。
 $\angle DBC = \angle ECB$ のとき、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形になることを証明しなさい。

[証明] $\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において

仮定より $BD=CE$ …①

$\angle DBC = \angle ECB$ …②

共通な辺なので、 $BC=CB$ …③

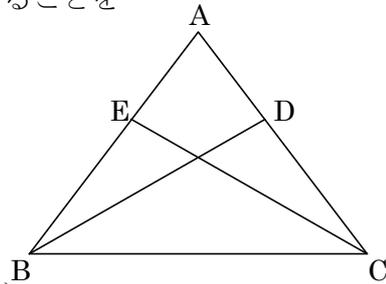
①②③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle DBC \cong \triangle ECB$

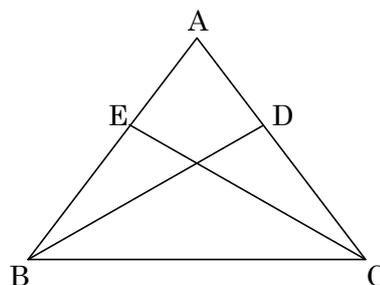
合同な図形の対応する角の大きさは等しいから、 $\angle DCB = \angle ECB$

つまり $\angle ACB = \angle ABC$

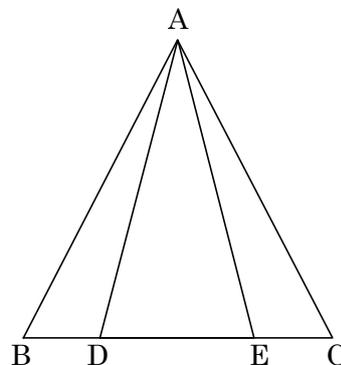
したがって、2つの角が等しいから、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形になる。



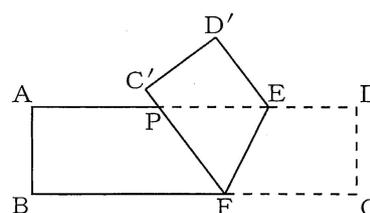
- 7 右の図で $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で $\angle DBC = \angle ECB$ ならば, $BD=CE$ であることを証明しなさい。



- 8 右の図で, $\triangle ABC$ は BC を底辺とする二等辺三角形である。 $BD=CE$ ならば $\angle ADB = \angle AEC$ であることを証明しなさい。



- 9 右の図は $AD \parallel BC$ である紙テープを, EF を折り目として折った図である。紙テープが重なったところの $\triangle PEF$ は二等辺三角形であることを証明しなさい。



10 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

正三角形

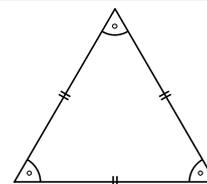
hakken.の法則 

★正三角形の定義…3 辺が等しい三角形

◎ 正三角形は二等辺三角形の特別なものである。

★正三角形の定理…正三角形の 3 つの内角は等しい。

◎ 正三角形の 3 つの角は 60° である。



例 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ 、 $\angle B=60^\circ$ の二等辺三角形である。

このとき、 $\triangle ABC$ は正三角形になることを証明しなさい。

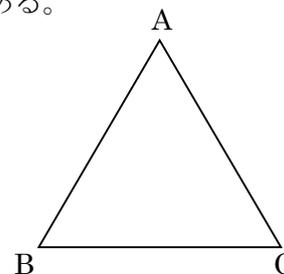
[証明] $\triangle ABC$ において、仮定より $AB=AC$ …①

①より $\angle B=\angle C=60^\circ$ …②

②より $\angle A=180-60\times 2=60^\circ$ …③

②③より $\angle A=\angle B=\angle C$

3 つの角が等しいから、 $\triangle ABC$ は正三角形

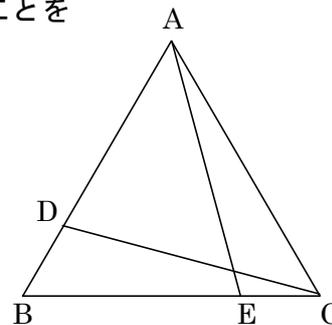


11 右の図のように正三角形 ABC の辺 AB 、 BC 上に、それぞれ D 、 E を

ABCDE

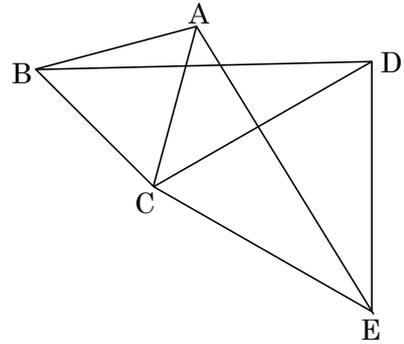
$AD=BE$ となるようにとる。このとき、 $\triangle ABE\cong\triangle CAD$ であることを

証明しなさい。



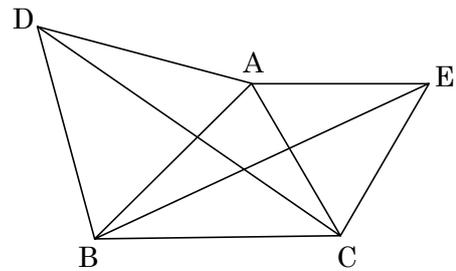
12 右の図で $\triangle ABC$ と $\triangle DCE$ は正三角形である。このとき、 $AE=BD$ であることを証明しなさい。

BCDE

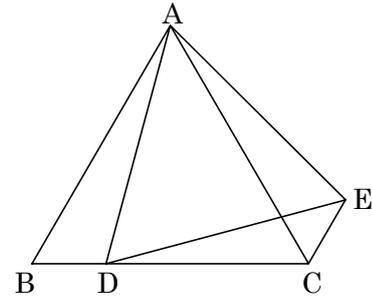


13 右の図で、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ はどちらも正三角形である。このとき、 $DC=BE$ であることを証明しなさい。

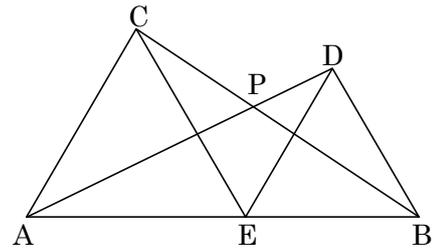
BCDE



- 14 正三角形 ABC の辺 BC 上に点 D をとり、 AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくる。 CE を結ぶとき、 $BD=CE$ であることを証明しなさい。



- 15 右の図で、点 E は線分 AB 上の点であり、 $\triangle AEC$ 、 $\triangle EBD$ はどちらも正三角形である。このとき $AD=CB$ であることを証明しなさい。また $\angle APC$ の大きさを求めなさい。



16 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

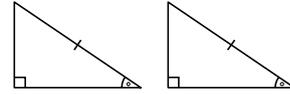
直角三角形の合同

hakken. の法則 

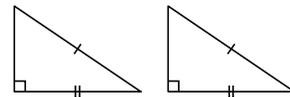
★^{しゃへん}斜辺…直角三角形の直角に対する辺を斜辺という。

★直角三角形の合同条件…2つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき、合同である。

① 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。



② 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。



例 右の図で、 $\angle XOY$ 内の点 P から OX , OY にひいた垂線を PA , PB と

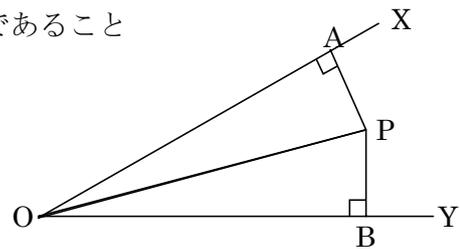
する。このとき $PA=PB$ ならば $\angle AOP = \angle BOP$ であることを証明しなさい。

[証明] $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ において、
仮定より、 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ …①

$$PA = PB \quad \dots \text{②}$$

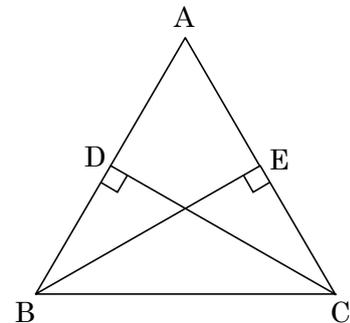
共通だから、 $OP = OP$ …③

①②③より直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい、よって $\triangle AOP \cong \triangle BOP$
合同な図形の対応する角は等しいから、 $\angle AOP = \angle BOP$

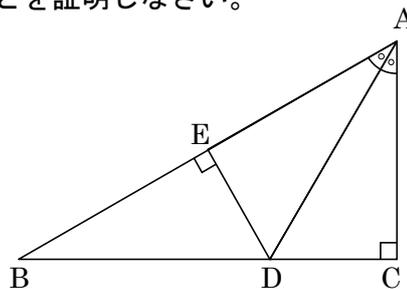


17 右の図で、 $\triangle ABC$ は BC を底辺とする二等辺三角形である。 $AB \perp CD$, $AC \perp BE$ ならば $AE = AD$ であることを証明しなさい。

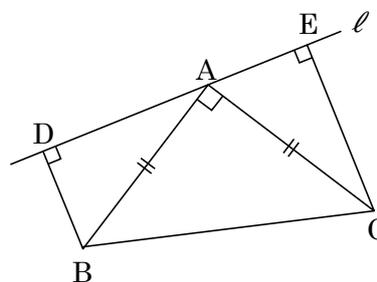
ABCDE



- 18 右の図の直角三角形 ABC において $\angle A$ の二等分線と BC との交点を D とし、D から AB にひいた垂線を DE とします。このとき、 $ED=CD$ であることを証明しなさい。



- 19 右の図のように、 $AB=AC$ 、 $\angle A=90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線 ℓ に B、C から垂線 BD、CE をひくとき、 $DE=DB+EC$ であることを、次のように証明した。_____ にあてはまるものを答えなさい。



$\triangle ABD$ と _____ において

仮定より、 $\angle ADB = \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ \dots \text{①}$

$AB = \underline{\hspace{2cm}} \dots \text{②}$

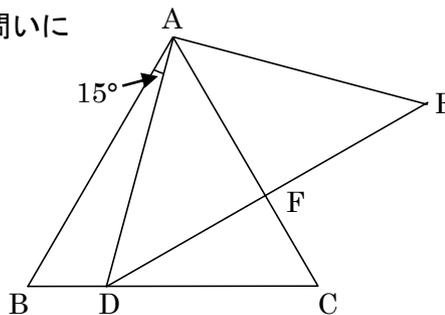
$\angle ABD = 90^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \dots \text{③}$

①②③より、2つの直角三角形で、_____ がそれぞれ等しい

よって、 $\triangle ABD \cong \underline{\hspace{2cm}}$

したがって、 $DB = \underline{\hspace{2cm}}$, _____ だから、 $DE = DB + EC$

20 右の図で、 $\triangle ABC$ は正三角形、 $\triangle ADE$ は $\angle DAE$ が直角で $AD=AE$ の
BCDE 直角二等辺三角形である。 $\angle BAD=15^\circ$ であるとき、次の問いに
答えなさい。

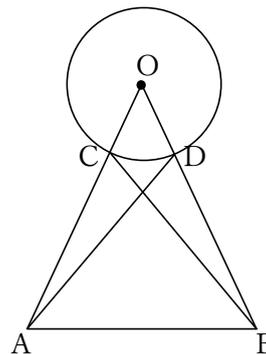


① $\angle ADB$ の大きさを求めなさい。

② AC と DE との交点を F としたときの $\angle CFE$ の大きさを求めなさい。

③ $\triangle ADF$ と合同な三角形を答えなさい。

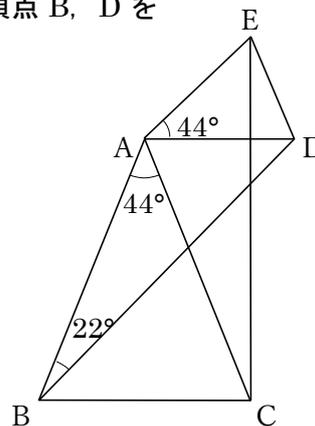
21 右の図のように、点 O を中心とする円と $OA=OB$ となる $\triangle OAB$ がある。
BCDE $\triangle OAD \cong \triangle OBC$ であることを証明しなさい。



22 右の図のような二等辺三角形 ABC と ADE があり、頂点 C, E と頂点 B, D をそれぞれ結ぶ。次の問いに答えなさい。

BCDE

① AD//BC のとき、 $\angle ADB$ を求めなさい。

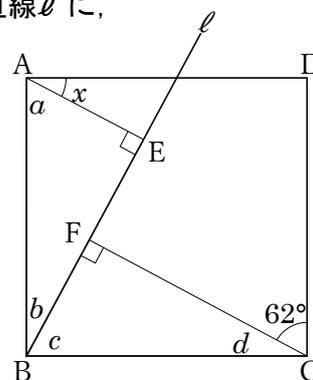


② $BD=CE$ であることを証明しなさい。

23 右の図のように、正方形 ABCD の頂点 B を通り、辺 AD と交わる直線 ℓ に、A, C から垂線をひき、 ℓ との交点をそれぞれ E, F とする。

BCDE

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ を証明しなさい。



24

CDE

右の図のように、直角二等辺三角形 ABC , ADE があり、頂点 C, D ,
頂点 C, E をそれぞれ結ぶ。 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ であることを証明しなさい。

