

1 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

## 二等辺三角形

## hakken. の法則

★**定義**…ことばの意味をはっきりと述べたものを定義という。

★**定理**…証明されたことがらのうち、基本になるものを定理という。

★**逆**…あることがらの仮定と結論を入れかえたものを、**定理の逆**という。

正しいことの逆はいつでも正しいとは限らない。

例 次のことがらの逆を述べ、それが正しいかどうかを答えなさい。また正しくない場合は反例も書きなさい。

「自然数  $a$  が 4 の倍数ならば、 $a$  は偶数である。」… I

[答]

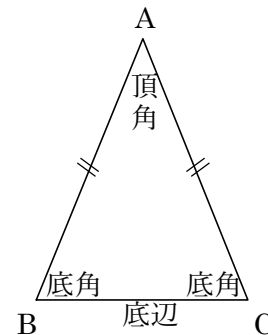
逆 自然数  $a$  が偶数ならば、 $a$  は 4 の倍数である。… II 正しくない 反例 6

I は正しいが、II は正しくない。たとえば、6 は偶数であるが 4 の倍数ではない。

このようにあることがらが成り立たない例を**反例**という。

★**二等辺三角形の定義**…2 辺が等しい三角形

★右図のような  $AB=AC$  の二等辺三角形 ABC で  $\angle BAC$  を**頂角**、 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$  を**底角**という。



★**二等辺三角形の性質の定理**

1 二等辺三角形の底角は等しい。(定理)

2 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に 2 等分する。(定理)

例 右の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

[解き方] 2 辺が等しいので、二等辺三角形。

二等辺三角形の底角は等しいから、

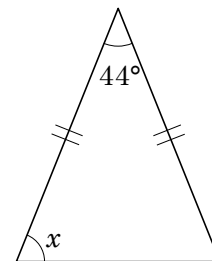
$$2 \times x + 44^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 44^\circ$$

$$2x = 136^\circ$$

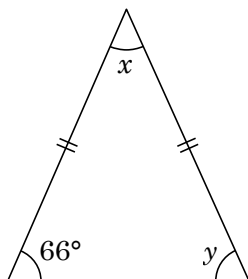
$$x = 68^\circ$$

[答]  $\angle x = 68^\circ$

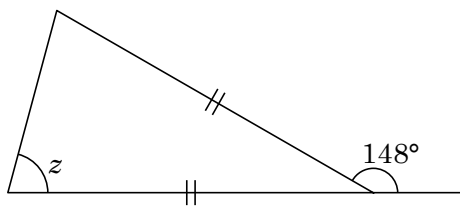


2 次の  $\angle x$ ,  $\angle y$ ,  $\angle z$  の大きさを求めなさい。

ABCDE ①



②

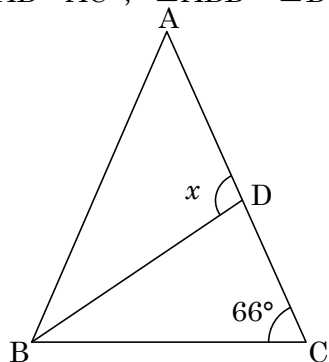


\_\_\_\_\_

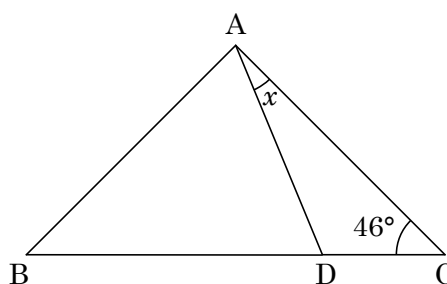
\_\_\_\_\_

3 次の  $\angle x$  の大きさを求めなさい。

BCDE ①  $AB=AC$ ,  $\angle ABD = \angle DBC$



②  $AB=BD=AC$

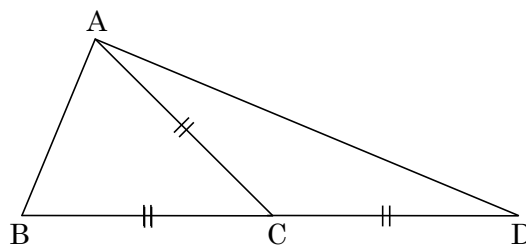


\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4 次の  $\angle BAD$  の大きさを求めなさい。

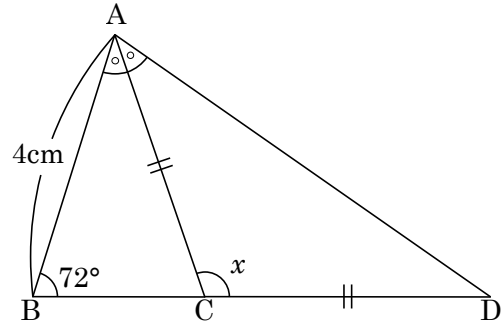
BCDE



\_\_\_\_\_

5 右の図において、次の問いに答えなさい。

BCDE ①  $\angle x$  を求めなさい。



② CD の長さを求めなさい。

6 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

二等辺三角形の証明

hakken. の法則

例  $\triangle ABC$  において、 $BD=CE$  になるように、 $AB$  上に点  $E$ 、 $AC$  上に点  $D$  をとる。  
 $\angle DBC = \angle ECB$  のとき、 $\triangle ABC$  は二等辺三角形になることを証明しなさい。

[証明]  $\triangle DBC$  と  $\triangle ECB$  において

仮定より  $BD=CE$  …①

$\angle DBC = \angle ECB$  …②

共通な辺なので、 $BC=CB$  …③

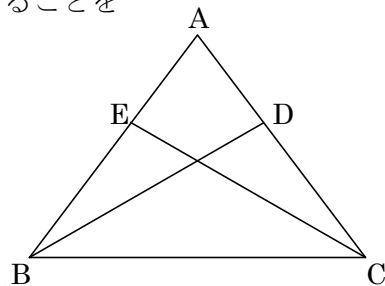
①②③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle DBC \cong \triangle ECB$

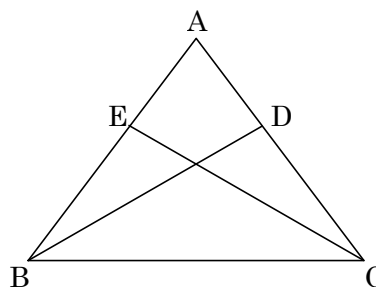
合同な図形の対応する角の大きさは等しいから、 $\angle DCB = \angle ECB$

つまり  $\angle ACB = \angle ABC$

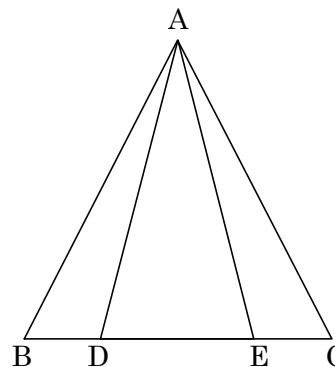
したがって、2つの角が等しいから、 $\triangle ABC$  は二等辺三角形になる。



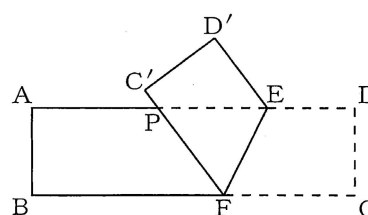
- 7 右の図で  $AB=AC$  の二等辺三角形  $ABC$  で  $\angle DBC = \angle ECB$  ならば,  $BD=CE$  であることを証明しなさい。



- 8 右の図で,  $\triangle ABC$  は  $BC$  を底辺とする二等辺三角形である。  $BD=CE$  ならば  $\angle ADB = \angle AEC$  であることを証明しなさい。



- 9 右の図は  $AD \parallel BC$  である紙テープを,  $EF$  を折り目として折った図である。紙テープが重なったところの  $\triangle PEF$  は二等辺三角形であることを証明しなさい。



10 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

### 正三角形

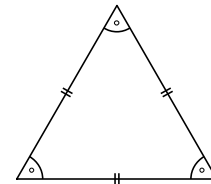
hakken. の法則 

★正三角形の定義…3 辺が等しい三角形

◎ 正三角形は二等辺三角形の特別なものである。

★正三角形の定理…正三角形の 3 つの内角は等しい。

◎ 正三角形の 3 つの角は  $60^\circ$  である。



例 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC$ 、 $\angle B=60^\circ$  の二等辺三角形である。

このとき、 $\triangle ABC$  は正三角形になることを証明しなさい。

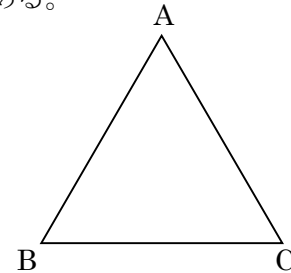
[証明]  $\triangle ABC$  において、仮定より  $AB=AC$  …①

①より  $\angle B=\angle C=60^\circ$ …②

②より  $\angle A=180-60\times 2=60^\circ$ …③

②③より  $\angle A=\angle B=\angle C$

3 つの角が等しいから、 $\triangle ABC$  は正三角形

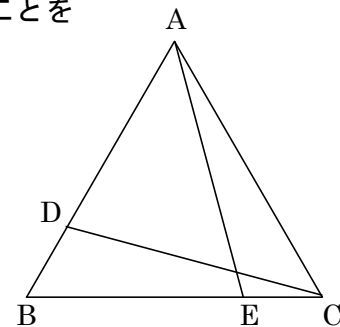


11 右の図のように正三角形  $ABC$  の辺  $AB$ 、 $BC$  上に、それぞれ  $D$ 、 $E$  を

ABCDE

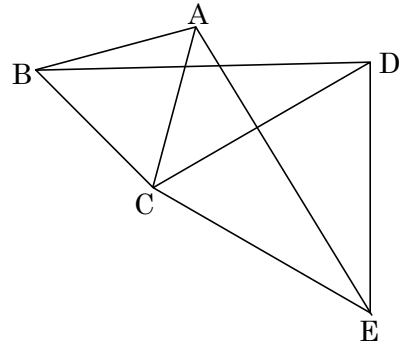
$AD=BE$  となるようにとる。このとき、 $\triangle ABE\cong\triangle CAD$  であることを

証明しなさい。



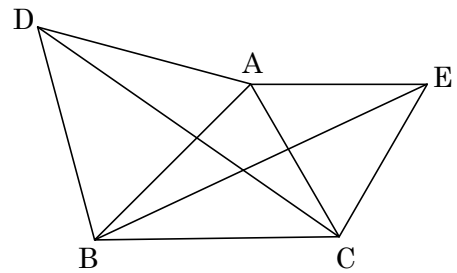
- 12 右の図で $\triangle ABC$  と  $\triangle DCE$  は正三角形である。このとき、 $AE=BD$  であることを証明しなさい。

BCDE

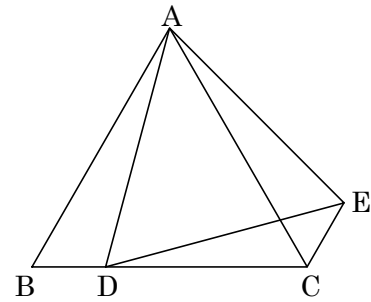


- 13 右の図で、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$  はどちらも正三角形である。このとき、 $DC=BE$  であることを証明しなさい。

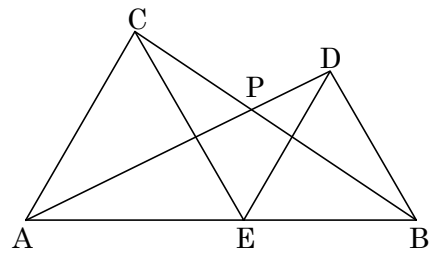
BCDE



- 14 正三角形  $ABC$  の辺  $BC$  上に点  $D$  をとり、 $AD$  を 1 辺とする正三角形  $ADE$  をつくる。  $CE$  を結ぶとき、 $BD=CE$  であることを証明しなさい。



- 15 右の図で、点  $E$  は線分  $AB$  上の点であり、 $\triangle AEC$ 、 $\triangle EBD$  はどちらも正三角形である。このとき  $AD=CB$  であることを証明しなさい。また  $\angle APC$  の大きさを求めなさい。



16 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

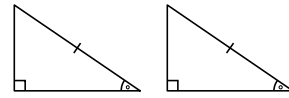
直角三角形の合同

hakken. の法則 

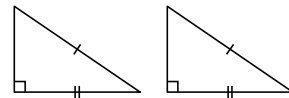
★<sup>しゃへん</sup>斜辺…直角三角形の直角に対する辺を斜辺という。

★直角三角形の合同条件…2つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき、合同である。

① 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。



② 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。



例 右の図で、 $\angle XOY$  内の点  $P$  から  $OX$ ,  $OY$  にひいた垂線を  $PA$ ,  $PB$  と

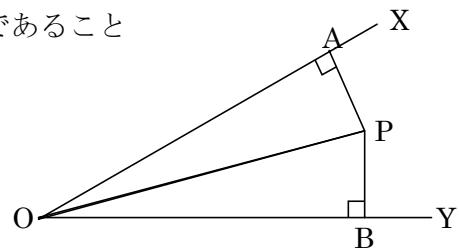
する。このとき  $PA=PB$  ならば  $\angle AOP = \angle BOP$  であることを証明しなさい。

[証明]  $\triangle AOP$  と  $\triangle BOP$  において、  
 仮定より、 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$  …①

$$PA = PB \quad \dots \text{②}$$

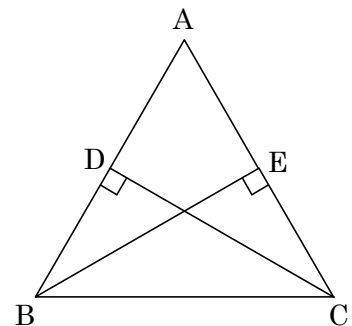
共通だから、 $OP = OP$  …③

①②③より直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい、よって  $\triangle AOP \cong \triangle BOP$   
 合同な図形の対応する角は等しいから、 $\angle AOP = \angle BOP$



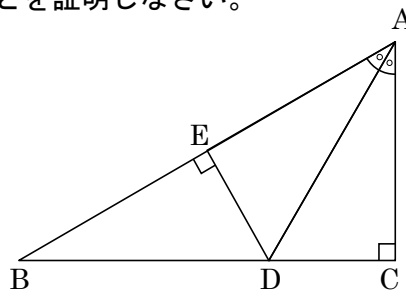
17 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $BC$  を底辺とする二等辺三角形である。 $AB \perp CD$ ,  $AC \perp BE$  ならば  $AE = AD$  であることを証明しなさい。

ABCDE

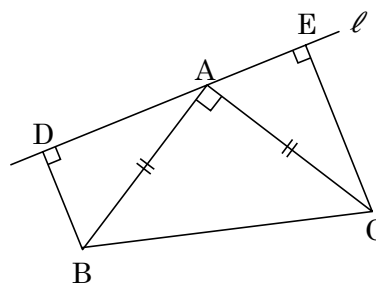




- 18 右の図の直角三角形 ABC において  $\angle A$  の二等分線と BC との交点を D とし、D から AB にひいた垂線を DE とします。このとき、 $ED=CD$  であることを証明しなさい。



- 19 右の図のように、 $AB=AC$ 、 $\angle A=90^\circ$  の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線  $\ell$  に B、C から垂線 BD、CE をひくとき、 $DE=DB+EC$  であることを、次のように証明した。\_\_\_\_\_ にあてはまるものを答えなさい。



$\triangle ABD$  と \_\_\_\_\_ において

仮定より、 $\angle ADB = \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ \dots \text{①}$

$AB = \underline{\hspace{2cm}} \dots \text{②}$

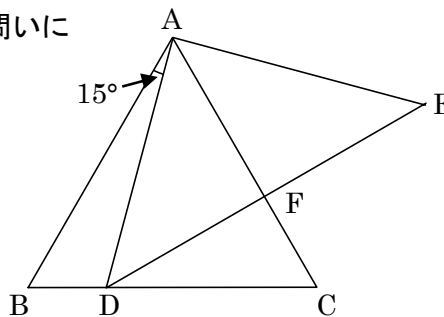
$\angle ABD = 90^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \dots \text{③}$

①②③より、2つの直角三角形で、\_\_\_\_\_ がそれぞれ等しい

よって、 $\triangle ABD \cong \underline{\hspace{2cm}}$

したがって、 $DB = \underline{\hspace{2cm}}$  , \_\_\_\_\_ だから、 $DE = DB + EC$

20 右の図で、 $\triangle ABC$  は正三角形、 $\triangle ADE$  は $\angle DAE$  が直角で  $AD=AE$  の  
BCDE 直角二等辺三角形である。 $\angle BAD=15^\circ$  であるとき、次の問いに  
答えなさい。



①  $\angle ADB$  の大きさを求めなさい。

\_\_\_\_\_

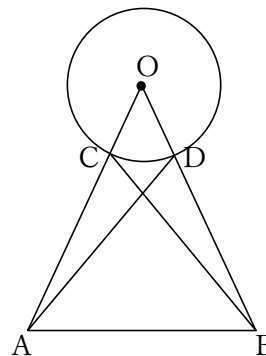
②  $AC$  と  $DE$  との交点を  $F$  としたときの  $\angle CFE$  の大きさを求めなさい。

\_\_\_\_\_

③  $\triangle ADF$  と合同な三角形を答えなさい。

\_\_\_\_\_

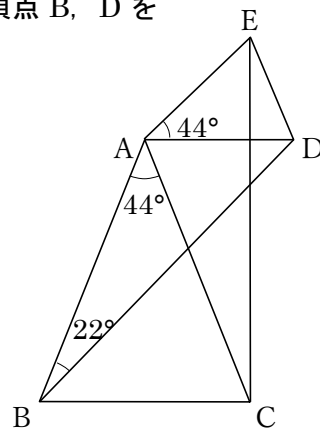
21 右の図のように、点  $O$  を中心とする円と  $OA=OB$  となる  $\triangle OAB$  がある。  
BCDE  $\triangle OAD \cong \triangle OBC$  であることを証明しなさい。



22 右の図のような二等辺三角形 ABC と ADE があり、頂点 C, E と頂点 B, D をそれぞれ結ぶ。次の問いに答えなさい。

BCDE

① AD//BC のとき、 $\angle ADB$  を求めなさい。

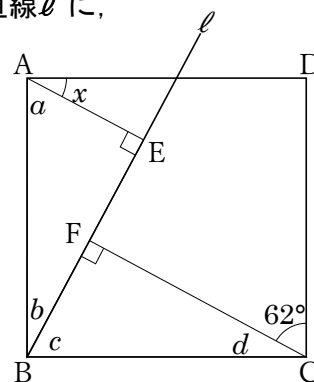


②  $BD=CE$  であることを証明しなさい。

23 右の図のように、正方形 ABCD の頂点 B を通り、辺 AD と交わる直線  $\ell$  に、A, C から垂線をひき、 $\ell$  との交点をそれぞれ E, F とする。

BCDE

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$  を証明しなさい。



24

CDE

右の図のように、直角二等辺三角形  $ABC$ ,  $ADE$  があり、頂点  $C, D$ ,  
頂点  $C, E$  をそれぞれ結ぶ。  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$  であることを証明しなさい。

