1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

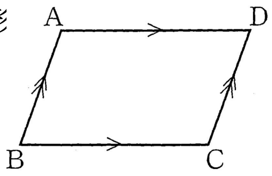
平行四辺形の定義と定理

hakken.の法則

★平行四辺形の定義…2 組の向かいあう辺がそれぞれ平行な四角形

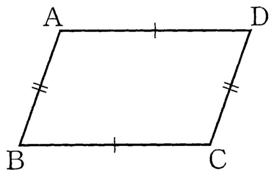
四角形 ABCD で，　AB // DC，AD // BC

◎四辺形は，となりどうしの角をたすと **180°**になる。



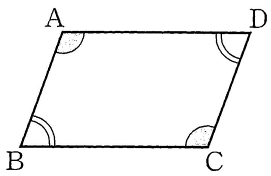
★平行四辺形の性質（定理）

1 平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は等しい。



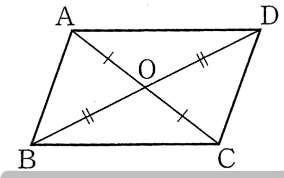
AB＝DC，AD＝BC

2 平行四辺形の 2 組の向かいあう角は等しい。



∠A＝∠C，∠B＝∠D

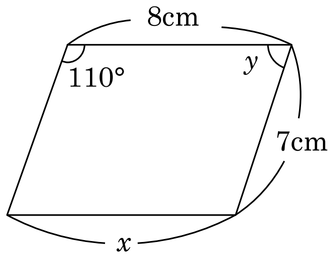
3 平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わる。



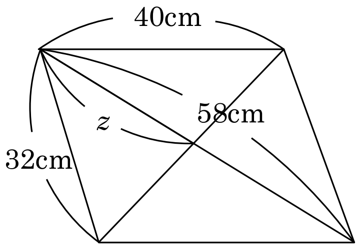
OA＝OC，OB＝OD

例 次の平行四辺形で，x，y，z の値を求めなさい。

(1)



(2)



［解き方］ $x=8$

$\angle y=180-110=70°$

［答］ $x=8$ cm，$\angle y=70°$

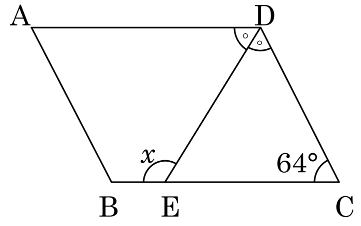
$z=58\div2=29$

［答］ $z=29$ cm

2
ABCDE

次の①②の平行四辺形で，x の値を求めなさい。

①



∠**ADC＝180－64＝116°**

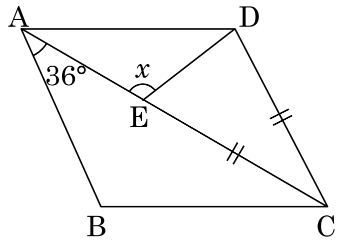
∠**CDE＝116÷2＝58°**

三角形の内角と外角の関係から

∠$\boldsymbol{x}$**＝58＋64＝122°**

∠$\boldsymbol{x}$＝122°

②



平行線の錯角は等しいから

∠**DCE＝36°**

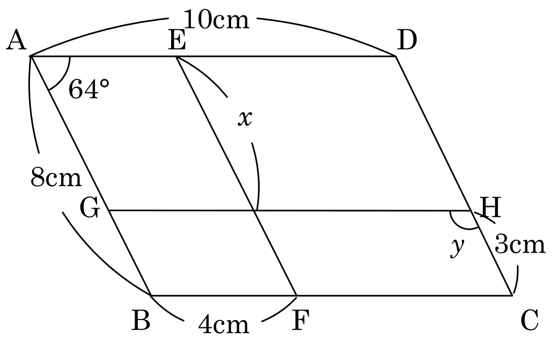
∠**CED＝(180－36)÷2＝72°**

∠$\boldsymbol{x}$**＝180－72＝108°**

∠$\boldsymbol{x}$＝108°

3
BCDE

次の平行四辺形 ABCD で，AB//EF，AD//GH のとき，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ の値をそれぞれ求めなさい。

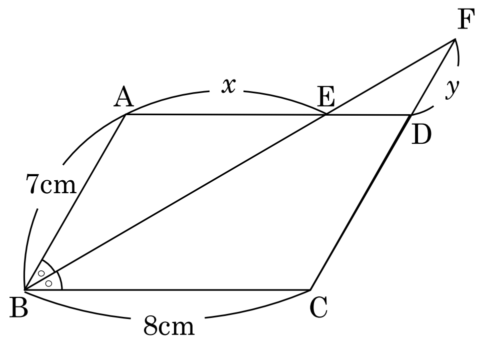


∠$\boldsymbol{y}$**＝180－64＝116**

$\boldsymbol{x}$＝5cm，$\boldsymbol{y}$＝116°

4
BCDE

次の平行四辺形で，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ の値をそれぞれ求めなさい。



△**ABE** において

平行線の錯角は等しいから

∠**AEB＝**∠**EBC**，よって△**ABE** は，二等辺三角形

$\boldsymbol{x}$**＝7**

△**DEF** において，∠**DEF＝**∠**AEB (**対頂角**)**，

∠**ABE＝**∠**DFE (**錯角**)**，よって

△**DEF** は，二等辺三角形，$\boldsymbol{y}$**＝8－7＝1**

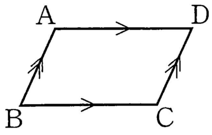
$\boldsymbol{x}$＝7cm，$\boldsymbol{y}$＝1cm

5 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
ABCDE

平行四辺形になるための条件　hakken.の法則

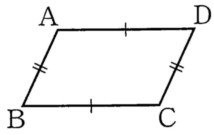
★平行四辺形になるための条件…四角形は，次のどれかが成り立てば平行四辺形である。

1 2組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。（定義）



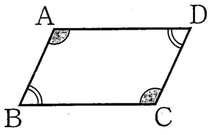
AB // DC
AD // BC

2 2組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。（定理）



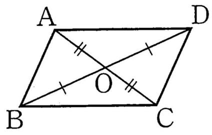
AB＝DC
AD＝BC

3 2組の向かいあう角がそれぞれ等しい。（定理）



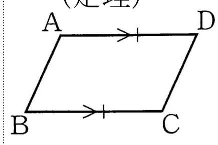
∠A＝∠C
∠B＝∠D

4 対角線が，それぞれの中点で交わる。（定理）



AO＝CO
BO＝DO

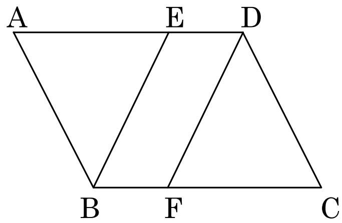
5 1組の向かいあう辺が，等しくて平行である。（定理）



AD＝BC
AD // BC

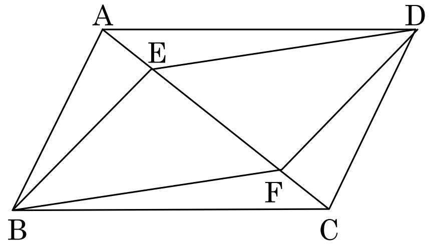
◎AB＝DC，AB // DC でもよい。

例 下の図のように平行四辺形 ABCD の AD，BC 上に，それぞれ点 E，F を AE＝CF となるようにとるとき四角形 EBFD は平行四辺形になることを証明しなさい。



［証明］　平行四辺形は 2 組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので，AD＝BC　…①
仮定より，AE＝CF　…②
①②より，AD－AE＝BC－CF
よって，ED＝BF　…③
平行四辺形は 2 組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので，AD // BC
つまり，ED // BF　…④
③④より，1 組の向かい合う辺が平行で長さが等しいので，
四角形 EBFD は平行四辺形

6 平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に AE＝CF となるように点 E，F をとると，四角形 EBFD は平行四辺形となることを証明しなさい。
ABCDE



△**ABE** と△**CDF** において，

仮定より，**AE**＝**CF**…①

AB∥**DC** の錯角は等しいから，

∠**BAE**＝∠**DCF**…②

平行四辺形の向かいあう辺は等しいから，

AB＝**CD**…③

①②③より，**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

よって，△**ABE**≡△**CDF**

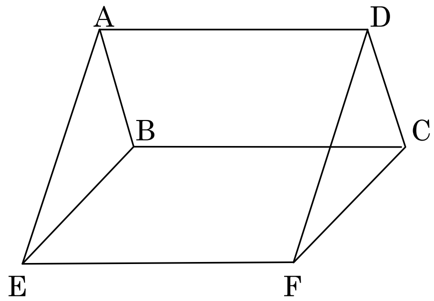
よって，**EB**＝**FD**…④

同様にして，**ED**＝**FB**…⑤

④⑤より **2** 組の向かいあう辺がそれぞれ等しい

したがって，四角形 **EBFD** は平行四辺形

7 右の図で，四角形 ABCD，BEFC がともに平行四辺形ならば，四角形 AEFD は平行四辺形であることを証明しなさい。
BCDE



仮定より，**AD**∥**BC**…①

BC∥**EF**…②

①②より，**AD**∥**EF**…③

平行四辺形の **2** 組の向かいあう辺はそれぞれ等しいから

AD＝**BC**…④

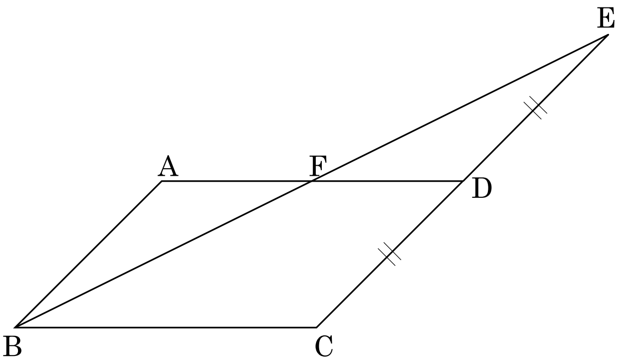
BC＝**EF**…⑤

④⑤より，**AD**＝**EF**…⑥

③⑥より，**1** 組の向かいあう辺が等しくて平行

よって，四角形 **AEFD** は平行四辺形

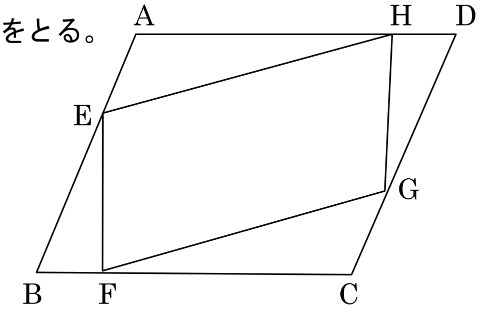
8
BCDE
右の図で平行四辺形 ABCD の辺 CD の延長上に，CD＝DE となる点 E をとり，線分 BE と辺 AD との交点を F とする。このとき，AF＝DF であることを証明しなさい。



△**ABF** と△**DEF** において，
仮定より，**CD＝DE**　…①
平行四辺形 **ABCD** で，
2 組の向かいあう辺は
それぞれ等しいから，
CD＝AB　…②
①②より，**AB＝DE**　…③
平行四辺形 **ABCD** で **2** 組の向かいあう辺はそれぞれ平行であり，
AB//CE の錯角は等しいから，∠**ABF**＝∠**DEF**　…④
∠**BAF**＝∠**EDF**　…⑤
③④⑤より，**1** 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△**ABF≡**△**DEF**
よって，**AF＝DF**

9
BCDE

右の図のように，▱ABCD の辺 AB，BC，CD，DA 上に，AE＝BF＝CG＝DH となるような 4 点 E，F，G，H をとる。このとき，四角形 EFGH は平行四辺形になることを証明しなさい。



△AEH と**△CGF** において，

仮定より，**AE＝CG** …①

DH＝BF …②

平行四辺形の **2** 組の向かいあう辺はそれぞれ等しいから，

AD=BC …③

②③より，**AH＝CF** …④

平行四辺形の **2** 組の向かいあう角はそれぞれ等しいから，

∠EAH＝∠GCF…⑤

①④⑤より，**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

よって，**△AEH≡△CGF**

したがって，**EH＝GF**…⑥

同様に，**△BEF≡△DGH** より， **EF＝GH**…⑦

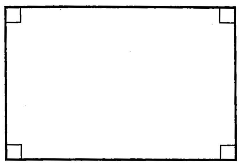
⑥⑦より，**2** 組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので

四角形 **EFGH** は平行四辺形

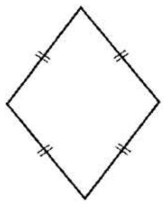
10 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

いろいろな四角形　hakken.の法則

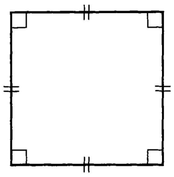
★長方形
定義…4 つの角がすべて等しい四角形

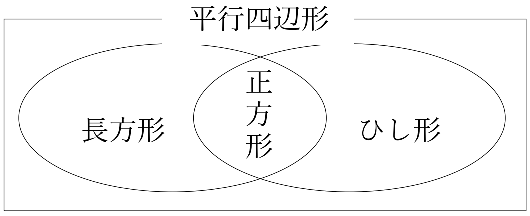


★ひし形
定義…4 つの辺がすべて等しい四角形

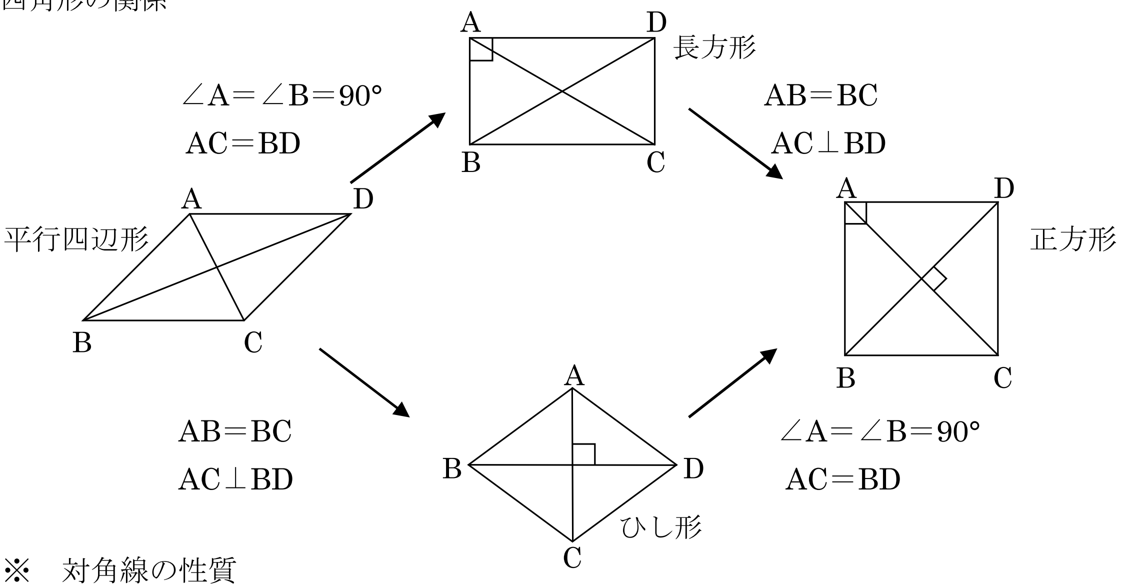


★正方形
定義…4 つの角がすべて等しく4 つの辺がすべて等しい四角形





★四角形の関係



※　対角線の性質

長方形…長さが等しい。ひし形…垂直に交わる。正方形…長さは等しく，垂直に交わる。

11 ABCDE 次の四角形について，それぞれもっている性質を㋐～㋒からすべて選び，記号で答えなさい。

㋐　4 つの辺の長さが等しい　㋑　対角線の長さが等しい　㋒　対角線が垂直に交わる

①　長方形　㋑

②　ひし形　㋐，㋒

③　正方形　㋐，㋑，㋒

12 BCDE

平行四辺形 ABCD が次のような条件をもつとき，それぞれどのような四角形になりますか。その名前を書きなさい。ただし，O は対角線 AC と BD の交点です。

① BC＝CD

ひし形

② ∠A＝∠B

長方形

③ ∠C＝90°，AB＝BC

∠C＝90°より長方形

AB＝BC よりひし形→正方形

正方形

④ AC＝BD

長方形

⑤ AC⊥BD

ひし形

⑥ AO＝BO，AB＝BC

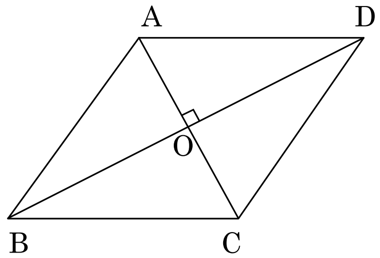
AO＝BO より長方形，

AB＝BC よりひし形→正方形

正方形

13 BCDE

「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である」ことを，証明しなさい。



平行四辺形 **ABCD** の対角線の交点を

O とする

△**ABO** と△**CBO** において，

∠**AOB**＝∠**COB**＝**90°**…①

BO は共通だから，**BO**＝**BO**…②

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，

AO＝**CO**…③

①②③より **2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△**ABO**≡△**CBO**

よって，**AB**＝**CB**…④

また平行四辺形の向かいあう辺は等しいから，

AB＝**DC**…⑤

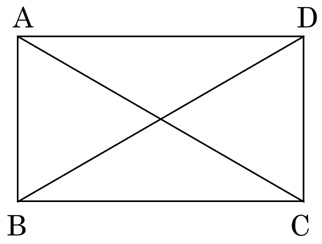
AD＝**BC**…⑥

④⑤⑥より，

4 つの辺がすべて等しいので，四角形 **ABCD** はひし形である。

14 「対角線の長さの等しい平行四辺形は長方形である」ことを，証明しなさい。

BCDE



平行四辺形 **ABCD** で，**AC**＝**DB** とする

△**ABC** と△**DCB** において，

AC＝**DB**…①

平行四辺形の向かいあう辺は等しいから，

AB＝**DC**…②

BC は共通だから，**BC**＝**CB**…③

①②③より，**3** 組の辺がそれぞれ等しいから，△**ABC**≡△**DCB**

よって，∠**ABC**＝∠**DCB**…④

また平行四辺形の向かいあう角は等しいから，

∠**ABC**＝∠**ADC**…⑤

∠**BCD**＝∠**BAD**…⑥

④⑤⑥より，**4** つの角がすべて等しいから，

四角形 **ABCD** は長方形である

15 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

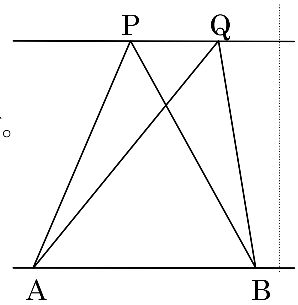
ABCDE

平行線と面積 hakken.の法則

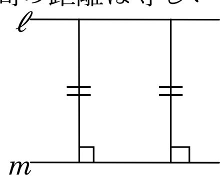
★底辺が共通な三角形

Ⅰ　PQ∥AB ならば，△PAB＝△QAB は，
　　2 つの三角形の面積が等しいことを示す。

Ⅱ　△PAB＝△QAB ならば，PQ∥AB



平行な 2 直線 ℓ，m 間の距離は等しい



例　PQ∥AB ならば，△PAB＝△QAB となることを証明しなさい。

［証明］　平行な 2 直線間の距離は等しいから，

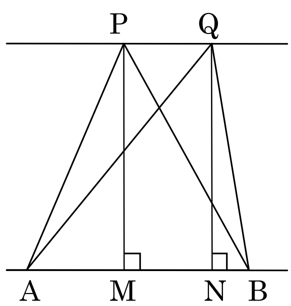
PM＝QN…①

また，△PAB と△QAB の底辺 AB は共通だから，

AB＝AB…②

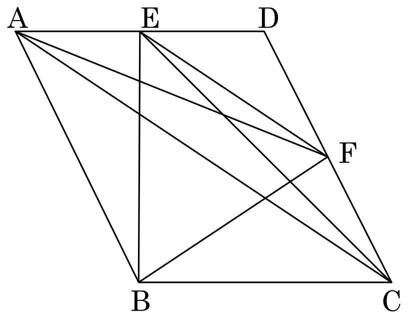
①②から，高さと底辺がそれぞれ等しいから，

△PAB＝△QAB



16 ABCDE

右の図で ▱ABCD の辺 AD，CD 上に AC // EF となる点 E，F をとる。このとき，図の中で△ACF と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



AB // DC　より　△ACF＝ △BCF

AC // EF　より　△ACF＝ △ACE

AD // BC　より　△ACE＝ △ABE

△BCF△ACE△ABE

17 ABCDE

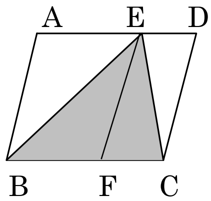
平行四辺形 ABCD の面積が 24cm² とき，△BEC の面積を求めなさい。

右の図のように，**AB** に平行に

直線 **EF** をひく

△**ABE≡**△**FEB**…①

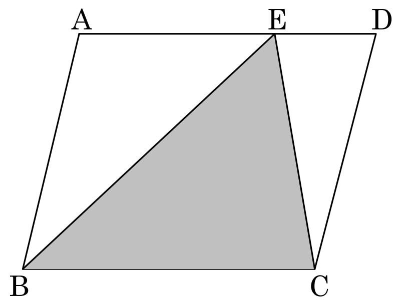
△**EFC≡**△**CDE**…②



①②から，△**BEC**＝$\frac{1}{2}$平行四辺形 **ABCD**

$=24\times\frac{1}{2}$

$=12$



12cm²

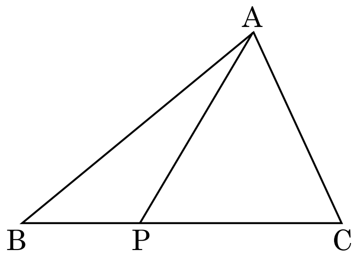
18 BCDE

つぎの図の△ABC で，辺 BC 上に，BP : PC＝2 : 3 となる点 P があるとき，△ABP と△APC の面積の比を求めなさい。

高さが同じなので，底辺の比がそのまま

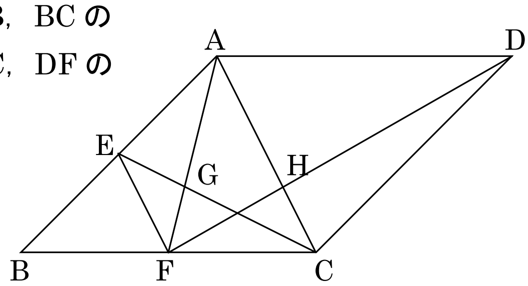
面積の比になる

2 : 3



19
BCDE

右の図は平行四辺形 ABCD で，点 E，点 F が辺 AB，BC の中点で，線分 AF，CE の交点を G とする。線分 AC，DF の交点を H とする。このとき AC//EF となる。
次の問いに答えなさい。



① △AEC と平行四辺形 ABCD の面積の比を求めなさい。

平行四辺形 **ABCD**×$\frac{1}{2}$＝△**ABC**

△**AEC** と△**BEC** は，底辺と高さが同じだから，△**ABC**×$\frac{1}{2}$＝△**AEC**,

したがって，平行四辺形 **ABCD**×$\frac{1}{2}$×$\frac{1}{2}$＝△**AEC**

平行四辺形 **ABCD**×$\frac{1}{4}$＝△**AEC**

1 ： 4

② △ABF と同じ面積の三角形をすべて答えなさい。

底辺と高さが同じだから，△**AEC**＝△**BEC**
底辺と高さが同じだから，△**ABF**＝△**AFC**＝△**DFC**

①より，△**AEC**＝平行四辺形 **ABCD**×$\frac{1}{4}$

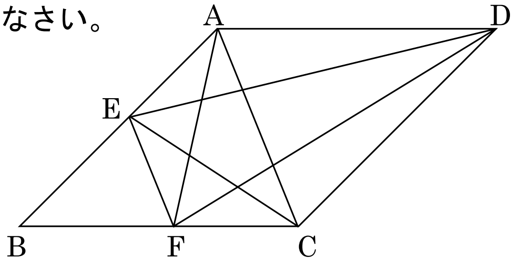
同じように，△**ABF**＝平行四辺形 **ABCD**×$\frac{1}{4}$　よって

△**ABF**＝△**AEC**＝△**BEC**＝△**AFC**＝△**DFC**

△AEC，△BEC，△AFC，△DFC

20 BCDE

右の図で ▱ABCD の辺 AB，BC 上に AC∥EF となる点 E，F をとる。
このとき，次の①，②にあてはまる三角形をすべて書きなさい。



① △ACF と面積が等しい三角形

AC∥EF より，△**ACF**＝△**ACE**
AB∥ DC より，△**ACE**＝△**ADE**
AD∥BC より，△**ACF**＝△**CDF**

△ACE，△ADE，△CDF

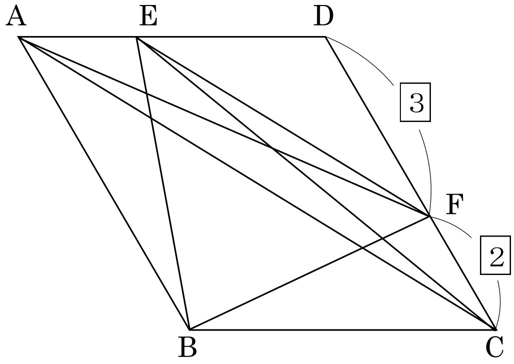
② AE＝BE のとき，△BEF と面積が等しい三角形

AE＝BE より，△**BEF**＝△**AEF**
AC∥ EF より，△**AEF**＝△**CEF**

△AEF，△CEF

21 BCDE

右の図で ▱ABCD の辺 AD，CD 上に AC∥ EF となる点 E，F をとる。
DF：FC＝3：2 のとき，△AFD は ▱ABCD の何倍か求めなさい。

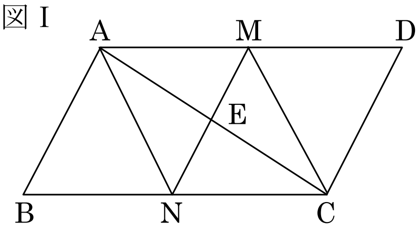


△**AFD＝3** とすると，
△**ACF＝2** となる。
よって△**ACD＝5**
なので ▱**ABCD＝10** である。
よって，△**AFD** は ▱ **ABCD** の$\mathbf{\frac{3}{10}}$倍

$$\mathbf{\frac{3}{10}}\text{倍}$$

22 図Ⅰ，図Ⅱに示す三角形，四角形の面積は ▱ABCD の面積の何倍であるか答えなさい。
BCDE （M，N はそれぞれ AD，BC の中点）

図Ⅰ



① △ACM（図Ⅰ）

△ACM＝$\frac{1}{2}$△ACD ，　△ACD＝$\frac{1}{2}$▱ABCD

△ACM＝$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$▱ABCD

$\frac{1}{4}$倍

② 四角形 ABNE（図Ⅰ）

①から，**△AEM＝$\frac{1}{2}$△ACM＝$\frac{1}{8}$▱ABCD**

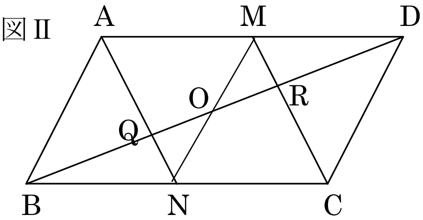
M，N はそれぞれ **AD，BC** の中点だから、**▱ABNM＝$\frac{1}{2}$▱ABCD**

四角形 **ABNE＝▱ABNM－△AEM＝$\frac{1}{2}$▱ABCD－$\frac{1}{8}$▱ABCD＝$\frac{3}{8}$▱ABCD**

$\frac{3}{8}$倍

③ 四角形 AQRM（図Ⅱ）

図Ⅱ



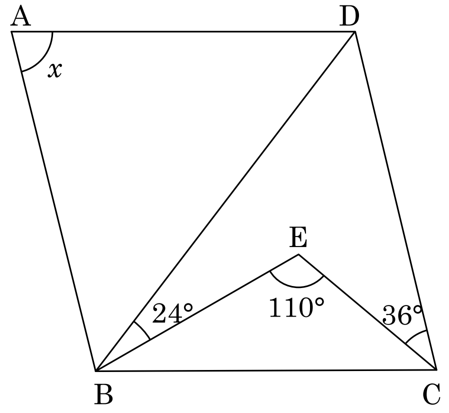
線分 **MN** をひき，**BD** との交点を **O** とすると，
△MOR＝△NOQ となる
よって四角形 **AQRM＝△ANM**

△ANM＝△BAN なので，$\frac{1}{4}$倍

$\frac{1}{4}$倍

23
BCDE

右の図のひし形 ABCD について∠x の値を求めなさい。



三角形 **BCE** において

∠BCE＝x－36，△BCD は二等辺三角形だから

$$\angle CBE = \frac{180-x}{2} - 24 = 66 - \frac{x}{2}$$

$$110 + (x-36) + \left(66 - \frac{x}{2}\right) = 180$$

$$110 - 36 + 66 + \frac{x}{2} = 180$$

$$\frac{x}{2} = 180 - 140,\quad \frac{x}{2} = 40,\quad x = 80$$

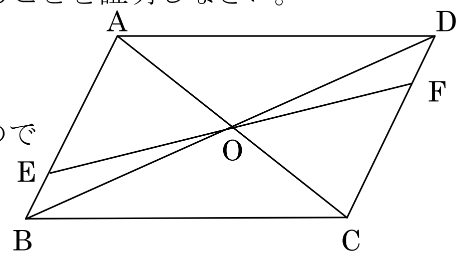
$\angle x = 80°$

24
BCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

平行四辺形の応用 hakken.の法則

例 右の図の平行四辺形 ABCD で，対角線の交点 O を通る直線が，AB，CD と交わる点をそれぞれ E，F とするとき，EO＝FO であることを証明しなさい。



［証明］

△AEO と△CFO において

平行四辺形の，対角線はそれぞれの中点で交わるので

AO＝CO…①

AB // DC から，錯角は等しいので

∠EAO＝∠FCO…②

対頂角は等しいので

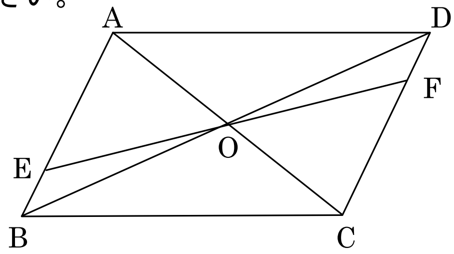
∠AOE＝∠COF…③

①②③から，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△AEO≡△CFO

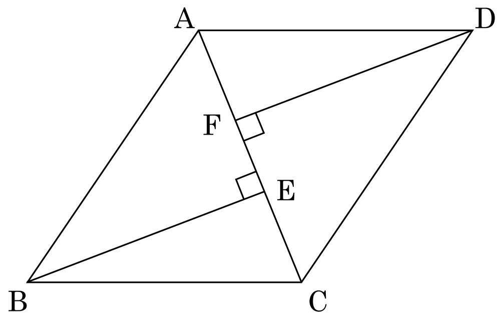
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，EO＝FO

25
BCDE
右の図の平行四辺形 ABCD で，対角線の交点 O を通る直線が，AB，CD と交わる点をそれぞれ E，F とするとき，AE＝CF であることを証明しなさい。



△**AEO** と△**CFO** において
平行四辺形の，対角線は
それぞれの中点で交わるから，
AO＝CO…①
AB // DC より，錯角は等しいから，∠**EAO**＝∠**FCO** …②
対頂角は等しいから，∠**AOE**＝∠**COF**…③
①②③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△**AEO≡**△**CFO**
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，**AE＝CF**

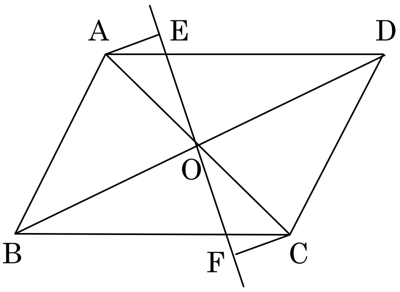
26
CDE
右の図の平行四辺形 ABCD で，対角線 AC に頂点 B，D から垂線 BE，DF をひくと BE＝DF になることを証明しなさい。



△**ABE** と△**CDF** において
仮定より，
∠**BEA**＝∠**DFC**＝**90°**…①
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから，**AB＝CD**…②
AB // DC で，錯角は等しいから，∠**BAE**＝∠**DCF**…③
①②③より，
直角三角形の斜辺と **1** つの鋭角がそれぞれ等しいから，
△**ABE≡**△**CDF**
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，**BE＝DF**

27 平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線に A，C からひいた垂線をそれぞれ AE，CF とするとき，AE＝CF であることを証明しなさい。

CDE



△**AOE** と△**COF** において，

仮定から，∠**AEO**＝∠**CFO**＝**90°**…①

平行四辺形の定理から，**AO**＝**CO**…②

対頂角は等しいから，∠**AOE**＝∠**COF**…③

①②③より，

直角三角形の斜辺と **1** つの鋭角がそれぞれ等しい

よって，△**AOE**≡△**COF**

したがって，**AE**＝**CF**