

22 平方根②(中3)まとめ

1 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

√のついた項をまとめること

hakken. の法則 

★√の中の数値を、できるだけ簡単になるように変形してから計算する。

例 (1) $\sqrt{45} + 4\sqrt{5}$
 $=\sqrt{3^2 \times 5} + 4\sqrt{5}$
 $=3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$
 $=7\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{18} - \sqrt{32}$
 $=\sqrt{3^2 \times 2} - \sqrt{4^2 \times 2}$
 $=3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$
 $=-\sqrt{2}$

2 次の計算をしなさい。

ABCDE

① $3\sqrt{24} + 2\sqrt{54}$

② $2\sqrt{3} - \sqrt{27}$

3 次の計算をしなさい。

ABCDE

① $\sqrt{75} + \sqrt{8} - \sqrt{27}$

② $\sqrt{45} - \sqrt{20} - 2\sqrt{5}$

4 $\sqrt{50} - \sqrt{n} = \sqrt{8}$ の等式を成り立たせる正の整数 n の値を求めなさい。

CDE

5 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

√をふくむ式の計算

hakken. の法則 

★分母に√をふくまない形に変形してから計算する。

$$\begin{aligned}
 \text{例 (1)} \quad & \sqrt{27} - \frac{6}{\sqrt{3}} \\
 & = \sqrt{3^2 \times 3} - \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\
 & = 3\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} \\
 & = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\
 & = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(2)} \quad & \frac{\sqrt{20}}{5} + \frac{1}{2\sqrt{5}} \\
 & = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{5} + \frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\
 & = \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{10} \\
 & = \frac{4\sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{5}}{10} \\
 & = \frac{5\sqrt{5}}{10} \\
 & = \frac{\sqrt{5}}{2}
 \end{aligned}$$

6 次の計算をしなさい。

BCDE

$$\text{①} \quad 3\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$\text{②} \quad \sqrt{27} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

7 次の計算をしなさい。

BCDE

$$\text{①} \quad \sqrt{10} \times \sqrt{5} - \sqrt{32}$$

$$\text{②} \quad \frac{12}{\sqrt{3}} + \sqrt{6} \times \sqrt{18}$$

8 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

√をふくむ式の積と商

hakken. の法則 

例 (1) $\sqrt{5}(\sqrt{5}-3)$
 $=\sqrt{5}\times\sqrt{5}-\sqrt{5}\times 3$
 $=5-3\sqrt{5}$

(2) $(\sqrt{10}-5\sqrt{6})\div\sqrt{2}$
 $=(\sqrt{10}-5\sqrt{6})\times\frac{1}{\sqrt{2}}$
 $=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}-\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$
 $=\sqrt{5}-5\sqrt{3}$

9 次の計算をしなさい。

ABCDE

① $\sqrt{2}(\sqrt{10}-2)$

② $(\sqrt{25}-\sqrt{5})\div\sqrt{5}$

10 次の計算をしなさい。

ABCDE

① $\sqrt{5}(\sqrt{20}-3)$

② $(\sqrt{3}+5)\div\sqrt{5}$

11 次の計算をしなさい。

BCDE

① $(\sqrt{5}-\sqrt{2})\div\sqrt{10}$

② $(6+\sqrt{12})\div\sqrt{\frac{2}{3}}$

12 次の計算をしなさい。

BCDE

① $2\sqrt{15} \div \sqrt{3} - \frac{20}{\sqrt{5}}$

② $\sqrt{2}(\sqrt{2}-3)+3(\sqrt{2}+3)$

13 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

√をふくむ式の展開

hakken. の法則 

例 次の計算をしましょう。

$$\begin{aligned} (1) & (\sqrt{3}+4)(\sqrt{2}-1) \\ & = \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{3} \times 1 + 4 \times \sqrt{2} - 4 \times 1 \\ & = \sqrt{6} - \sqrt{3} + 4\sqrt{2} - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (\sqrt{3}+4)(\sqrt{3}-1) \\ & = (\sqrt{3})^2 + (4-1)\sqrt{3} + 4 \times (-1) \\ & = 3 + 3\sqrt{3} - 4 \\ & = -1 + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & (\sqrt{5}-\sqrt{7})^2 \\ & = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 \\ & = 5 - 2\sqrt{35} + 7 \\ & = 12 - 2\sqrt{35} \end{aligned}$$

乗法公式

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

14 次の計算をしなさい。

ABCDE

① $(5+3\sqrt{3})(5-3\sqrt{3})$

② $(2\sqrt{6}-1)^2$

15 次の計算をしなさい。

ABCDE

① $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+4)$

② $(\sqrt{7}-4)(6-\sqrt{7})$

16 次の計算をしなさい。

BCDE ① $(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)+(\sqrt{5}-2)^2$

② $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-4)$

17 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

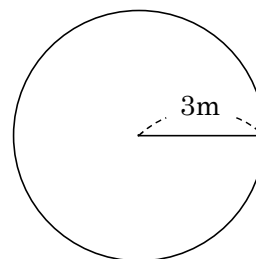
平方根の利用(1)

hakken.の法則 

例 右のような円形の砂場があります。この砂場の3倍の面積の砂場を作るには、半径を何 m にすればよいか答えなさい。

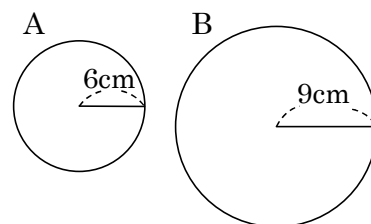
[解き方] 円の面積=半径×半径× π より、
 この砂場の面積= $3^2\pi=9\pi$ (m²)
 3倍の面積の砂場を作るから、 $3\times 9\pi=27\pi$ (m²)
 円の半径を r とすると、円の面積= πr^2
 3倍の砂場の半径は、27の平方根になる。
 よって求める半径は $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (m)

[答] $3\sqrt{3}$ m



18 右の図のような大きさのお好み焼きを2枚作った。次に(Aの円周+Bの円周)=Cの円周になるお好み焼きを作りたい。Cの半径を求めなさい。

CDE



19 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

平方根の利用 (2)

hakken. の法則 

例 右の正方形の対角線の長さを求めなさい。

[解き方] 正方形の面積 = 1 辺 × 1 辺 より, $10 \times 10 = 100(\text{cm}^2)$

正方形の面積 = 対角線 × 対角線 ÷ 2 だから,

求める対角線を x とすると,

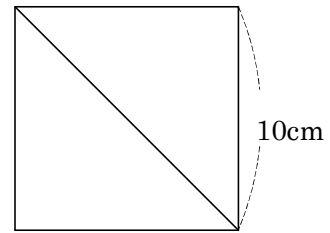
正方形の面積 = $x \times x \div 2 = 100$

$$x \times x = 200$$

よって, 求める対角線は 200 の平方根になる。

$$\sqrt{200} = 10\sqrt{2} (\text{cm})$$

[答] 10√2 cm

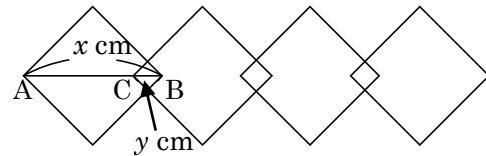


20 底辺 8cm, 高さ 5cm の三角形と面積が等しい正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

CDE

21 1 辺の長さが 10cm の正方形の折り紙を右のように 4 枚並べて, かざりを作った。全体の横の長さが 40cm, $AB = x \text{ cm}$, $BC = y \text{ cm}$ とするとき, x, y の長さを求めなさい。

CDE



22 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

平方根の利用 (3)

hakken. の法則 

例 a を自然数とすると, $\sqrt{24a}$ の値が自然数となるような a の値のうち, もっとも小さいものを求めなさい。

[解き方] 24 を素因数分解すると, $24 = 2^3 \times 3 = 2^2 \times 2 \times 3$ だから,

$$\sqrt{24a} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3 \times a} \leftarrow a = 2 \times 3 \times (\text{整数})^2 \text{ のとき自然数となる。}$$

これを自然数にするもっとも小さい自然数 a の値は,

$$a = 2 \times 3 \text{ すなわち}$$

$$a = 6 \text{ (このとき, } \sqrt{24a} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3^2} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

[答] a=6

23 次の問いに答えなさい。

BCDE ① $\sqrt{28a}$ の値が自然数となるような自然数 a のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

② $\sqrt{124-8a}$ の値が整数となるような自然数 a をすべて求めなさい。

24

CDE n を整数とする。 $\frac{\sqrt{24n}}{5}$ が最も小さい正の整数になる n の値を求めなさい。

25 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

平方根の利用 (4)

hakken. の法則 

例 $x=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ のとき, $(x-y)^2$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}(x-y)^2 &= \{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}^2 \\ &= (2\sqrt{3})^2 \\ &= 12\end{aligned}$$

26 $x=\sqrt{3}+1$, $y=\sqrt{3}-1$ のとき, x^2-xy の値を求めなさい。

BCDE

27 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

応用

hakken. の法則 

例 $\sqrt{5}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a^2 - b^2$ の値を求めなさい。

[解き方] まず、 a と b の値を求める。

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \text{ より,}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{ よって } \sqrt{5} = 2 \dots$$

$$\text{すなわち } a = 2, \quad b = \sqrt{5} - 2 \longleftarrow$$

\sqrt{x} の整数部分を a 、小数部分を b とすると、
 $\sqrt{x} = a + b$ なので、 $b = \sqrt{x} - a$

次に、 $a^2 - b^2$ を因数分解すると、

$$(a+b)(a-b) \quad \text{これに代入する。}$$

$$\{2 + (\sqrt{5} - 2)\} \{2 - (\sqrt{5} - 2)\} = \sqrt{5} \times (4 - \sqrt{5})$$

$$= 4\sqrt{5} - 5$$

[答] $4\sqrt{5} - 5$

28 $\sqrt{17}$ を小数で表したとき、その整数部分と小数部分をそれぞれ答えなさい。

BCDE

整数部分 _____ , 小数部分 _____

29 $\sqrt{3}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 $a^2 + 2ab + b^2$ の値を求めなさい。

BCDE
