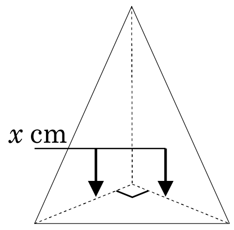
1　次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
ABCDE

関数 $y=ax^2$　hakken.の法則

★2 乗に比例する関数…x，y の関係が，$y=ax^2$(a は定数)で表されるとき，y は x の 2 乗に比例するという。このとき，a を比例定数という。

★関数 $y=ax^2$ では，x の値を n 倍すると，y の値は n^2 倍になる。

例　右のような底面が直角三角形で，高さが 6cm の三角錐の体積を y cm^3 とするとき，y を x の式で表しなさい。
また，x が 2 倍，3 倍，4 倍…となると，y はどうなりますか。



［解き方］　三角錐の体積$=\frac{1}{3}\times$底面積$\times$高さ

$y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times x^2\times 6$

$y=x^2$　　［答］　$y=x^2$，y は 4 倍，9 倍，16 倍…となる。

2　次の問いに答えなさい。
ABCDE

①　半径 x cm 高さ 10cm の円柱の体積を y cm^3 とするとき，y を x の式で表しなさい。

②　半径が 2 倍，3 倍，4 倍…となると，体積はどうなりますか。

3　次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
ABCDE

関数 $y=ax^2$ の式を求める　hakken.の法則

例　y は x の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき $y=16$ である。次の問いに答えなさい。

(1)　x と y の関係を式に表しなさい。

［解き方］　比例定数を a とすると，$y=ax^2$

$x=2$ のとき $y=16$ だから，　$16=a\times 2^2$，$a=4$　　［答］　$y=4x^2$

(2)　$x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

［解き方］　$y=4x^2$ に $x=-2$ を代入すると，$y=4\times(-2)^2$

$y=16$　　［答］　$y=16$

4
ABCDE
y が x の 2 乗に比例し，$x=-3$ のとき，$y=6$ である。次の問に答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② $x=-6$ のときの y の値を求めなさい。

5
ABCDE
$y=ax^2$ のグラフが点$(1，-3)$を通るとき，次の問いに答えなさい。

① a の値を求めなさい。

② グラフが点$(\frac{2}{3}，m)$を通るとき，m の値を求めなさい。

③ グラフが点$(n，-12)$を通るとき，n の値を求めなさい。

6 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
ABCDE

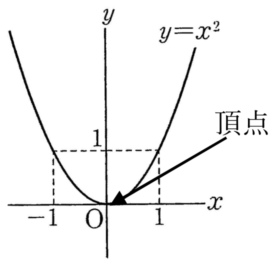
$y=ax^2$ のグラフ　hakken.の法則

★**$y=x^2$ のグラフ**…右の図のように，なめらかな曲線になり，
次のことがいえる。

★y 軸を対称の軸として線対称である。

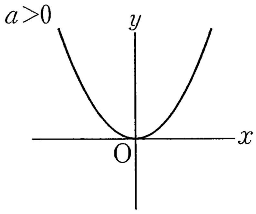
★原点を通り，x 軸の上側にある。

★頂点は原点である。

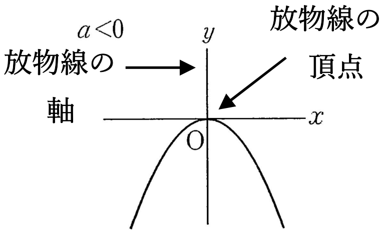


★**$y=ax^2$ のグラフ**…① 原点を通り，y 軸について対称な放物線(ほうぶつせん)になる。

② a の値によって次のようになる。



$a>0$ では上に開く



$a<0$ では下に開く

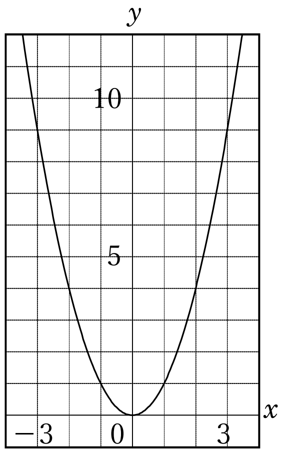
◎a の絶対値が大きくなるほど、グラフの開き方は小さい。

※ $\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{x}^2$ のグラフと $\boldsymbol{y}=-3\boldsymbol{x}^2$ のグラフは x 軸について対称

例 関数 $y=x^2$ について，下の表を完成しなさい。
また，グラフをかきなさい。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	**9**	**4**	**1**	0	**1**	**4**	**9**	…

表より$(-3,\ 9)$，$(-2,\ 4)$，$(-1,\ 1)$，$(0,\ 0)$，$(1,\ 1)$，
$(2,\ 4)$，$(3,\ 9)$の点をグラフにとり，曲線でつなぐ。



hakken.

7

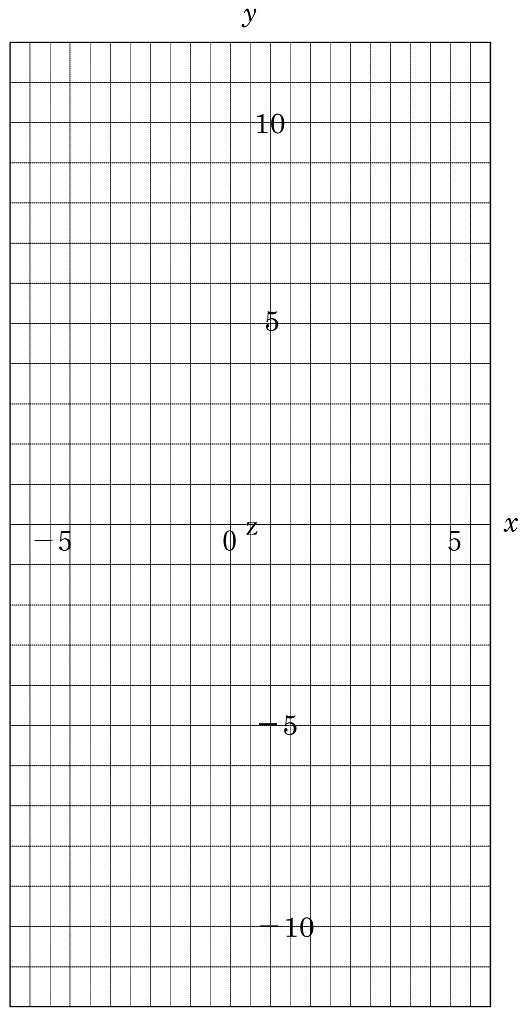
ABCDE

次のグラフをかきなさい。

① $y=3x^2$

② $y=\dfrac{1}{3}x^2$

③ $y=-\dfrac{1}{4}x^2$



8 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の値の増減 hakken.の法則

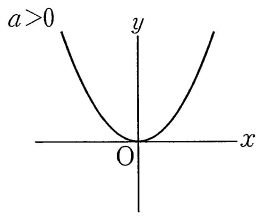
★関数 $y=ax^2$ のグラフは、$a>0$ のとき

$x\leqq 0$ のとき，x の値が増加するにつれて，y の値は減少する。

$x\geqq 0$ のとき，x の値が増加するにつれて，y の値は増加する。

$x=0$ のとき y の値は 0 で，最小になる。

x がどんな値をとっても，$y\geqq 0$ になる。



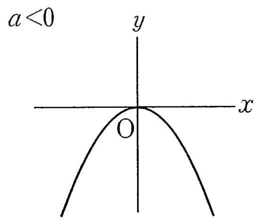
★関数 $y=ax^2$ のグラフは、$a<0$ のとき

$x\leqq 0$ のとき，x の値が増加するにつれて，y の値は増加する。

$x\geqq 0$ のとき，x の値が増加するにつれて，y の値は減少する。

$x=0$ のとき，y の値は 0 で，最大になる。

x がどんな値をとっても，$y\leqq 0$ になる。

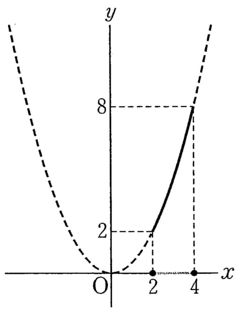


例 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が次の(1)，(2)のときの y の変域を求めなさい。

(1) $2\leqq x\leqq 4$　　(2) $-4\leqq x\leqq 2$

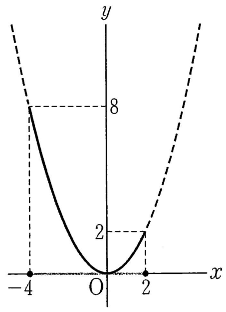
［解き方］ それぞれの x の変域に対応するグラフは，下の図の放物線の実線になる。

y の値は，
$2\leqq x\leqq 4$ では
2 から 8 まで
増加する。



［答］ $2\leqq y\leqq 8$

y の値は，
$-4\leqq x\leqq 0$ では
8から0まで
減少し，
$0\leqq x\leqq 2$ では
0 から 2 まで
増加する。



［答］ $0\leqq y\leqq 8$

◎ (1)は x の変域に $x=0$ をふくまない場合，(2)は $x=0$ をふくむ場合である。違いに注意する。

9 次の関数について，y の変域をそれぞれ求めなさい。

ABCDE

① $y=-2x^2$ $(-2\leqq x\leqq 1)$

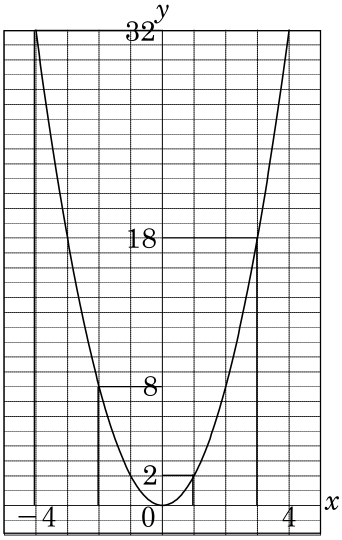
② $y=-\frac{1}{4}x^2$ $(-4\leqq x\leqq -2)$

10 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

関数 $y=ax^2$ の変化の割合　hakken.の法則

例　関数 $y=2x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1)　1 から 3 まで　　(2)　−4 から−2 まで



［解き方］　関数の変化の割合は，下記の式で計算する。

$$\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

(1)　$x=1$ のとき，$y=2\times1^2=2$

$x=3$ のとき，$y=2\times3^2=18$

したがって，x の増加量は，$3-1=2$

y の増加量は，$18-2=16$

だから，変化の割合は，$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{16}{2}=8$　［答］ 8

(2)　(1)と同様に考えると，

$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{2\times(-2)^2-2\times(-4)^2}{-2-(-4)}=\dfrac{-24}{2}=-12$　［答］ −12

◎　一次関数 $y=ax+b$ では，変化の割合は一定で，x の係数 a に等しい。

◎　関数 $y=ax^2$ において，x が p から q まで増加するとき，

変化の割合は $\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=\dfrac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(p+q)$ となる。

11 ABCDE 関数 $y=3x^2$ について，x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

①　−1 から 2 まで　　②　−3 から 0 まで

＿＿＿＿　　＿＿＿＿

12 BCDE 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

＿＿＿＿

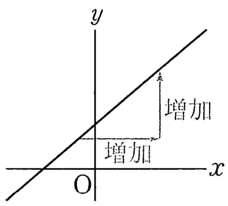
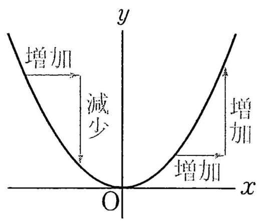
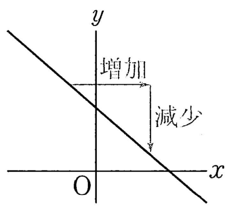
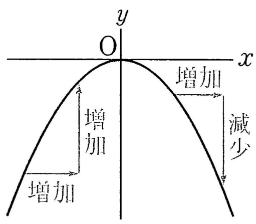
13 BCDE

関数 $y=ax^2$ について，x の値が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合が -15 であるとき，a の値を求めなさい。

14 ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

一次関数と関数 $y=ax^2$　hakken.の法則

		関数 $y=ax+b$	関数 $y=ax^2$
グラフの形		直線	放物線
y の値の増減	$a>0$ のとき	つねに増加する 	$x=0$ を境として，減少から増加に変わる 
	$a<0$ のとき	つねに減少する 	$x=0$ を境として，増加から減少に変わる 
変化の割合		一定で a に等しい。	一定ではない。

15 ABCDE

次の㋐～㋓の関数について，下の問いに記号で答えなさい。

㋐ $y=2x+5$　　㋑ $y=-4x+3$　　㋒ $y=3x^2$　　㋓ $y=-2x^2$

① x が増加するとき，y がつねに減少する関数はどれか。

② $x\leqq 0$ の範囲で，x が増加するときに y も増加する関数はどれか。

16 BCDE 関数 $y=3x^2$ のグラフと x 軸について対称なグラフが点$(-2\,,\,m)$を通るとき，n の値を求めなさい。

17 BCDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

平均の速さ hakken.の法則

★平均の速さ…ある道のりを進んだときの平均の速さは，変化の割合に等しい。

$$\text{平均の速さ}=\frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}} \Rightarrow \text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

例 ある物を落とすとき，落ち始めてから x 秒後に y m 落ちるとすると，およそ $y=2x^2$ という関係があるという。落ち始めてから 3 秒後から 5 秒後までの平均の速さを求めなさい。

［解き方］ 変化の割合を求めればいいから，変化の割合$=\dfrac{2\times5^2-2\times3^2}{5-3}=\dfrac{50-18}{2}=\dfrac{32}{2}=16$

［答］ 秒速 16m

18 BCDE 物を落とすとき，落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を ym とすると，およそ $y=5x^2$ という関係がある。このとき，次の問いに答えなさい。

① 物が落ち始めてから 4 秒間ではおよそ何 m 落ちますか。

② 320m の高さから物を落とすとき，地面に着くまでにおよそ何秒間かかりますか。

③ 落下し始めてから 3 秒後までの平均の速さを求めなさい。

19 BCDE 自動車のブレーキがききはじめてから停止するまでの距離を，制動距離という。制動距離は自動車の速さの 2 乗に比例する。自動車の速さが時速 x km，制動距離 y m とするとき，$x=30$，$y=5$ となる。次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 時速 60 ㎞のときの制御距離を求めなさい。

③ この自動車の制御距離が 45 m のとき，速さを求めなさい。

20 CDE 周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると，およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係がある。このとき，次の問いに答えなさい。

① 周期が 2 秒であるふりこを作るには，ふりこの長さを何 m にすればよいか求めなさい。

② 長さが 9m であるふりこの周期は何秒になるか求めなさい。

21 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

図形の移動 hakken.の法則

例 図 I のように，正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。
正方形はそのままで，直角二等辺三角形を矢印の方向に，毎秒 2cm の速さで
頂点 G が C に重なるまで移動する。
直角二等辺三角形 EFG が動き始めてから x 秒後に，重なっている部分の面積を
y cm² とするとき，次の問いに答えなさい。

図 I

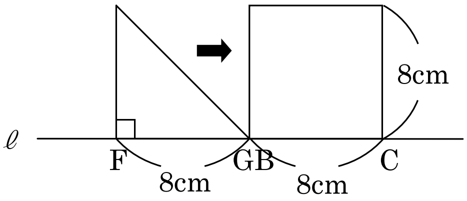
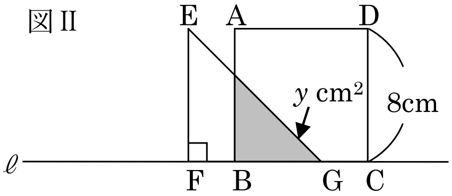


図 II



(1) x と y の関係を式で表しなさい。

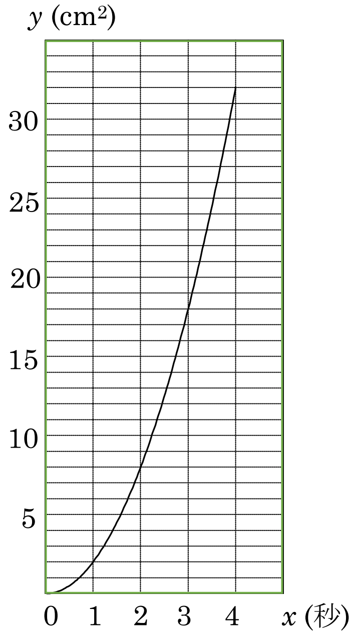
［解き方］ 重なってできる図形は，直角二等辺三角形

x の変域は $0 \leqq x \leqq 4$ よって， $y = 2x \times 2x \times \frac{1}{2}$

［答］ $y = 2x^2 \quad (0 \leqq x \leqq 4)$

(2) グラフをかきなさい。

グラフに表すと，右のようになる。



(3) 重なっている部分の面積が直角二等辺三角形 EFG の $\frac{1}{4}$ になるのは何秒後か答えなさい。

直角二等辺三角形 EFG の面積の $\frac{1}{4}$ は，

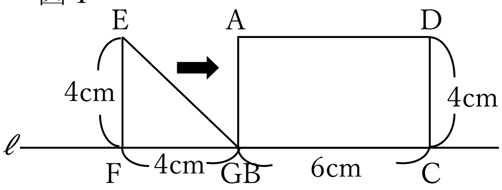
$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 8$ だから，$8 = 2x^2$

$4 = x^2$

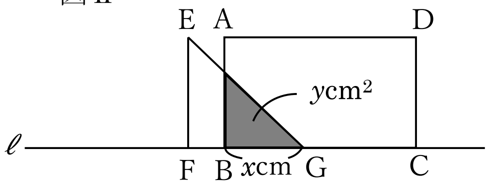
$x = \pm 2$ 答えは正の数だから，$x = 2$ ［答］ 2 秒後

22
BCDE
次の図Ⅰのように，長方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。長方形はそのままで，直角二等辺三角形を矢印の方向に，頂点 G が C に重なるまで移動させる。図Ⅱのように，線分 BG の長さを x cm，重なってできる部分の面積を y cm² とするとき，次の問いに答えなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ



① 次の場合について，y を x の式で表しなさい。

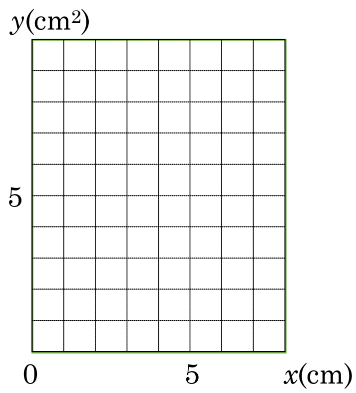
(1) $0 \leqq x \leqq 4$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $4 \leqq x \leqq 6$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

② グラフに表しなさい。



23 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
BCDE

いろいろな関数 hakken.の法則

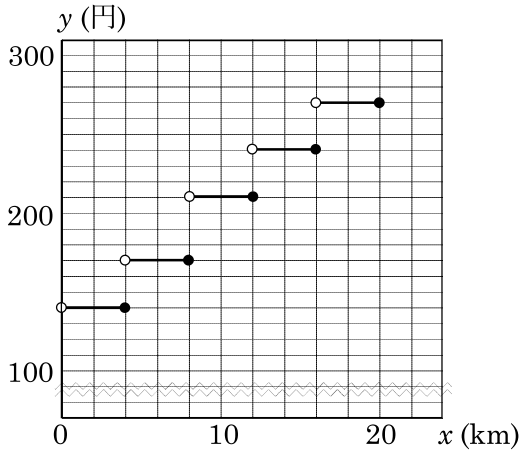
例 ある鉄道会社では，乗車距離と運賃の関係を 20km の範囲までは，下の表のように定めている。乗車距離が x kmのときの運賃を y 円とするとき，次の問いに答えなさい。

乗車距離	4km まで	8km まで	12km まで	16km まで	20km まで
運　賃	140 円	170 円	210 円	240 円	270 円

(1)　$x=10$ のときの運賃を求めなさい。
［解き方］　表より，$8<x\leqq 12$ のとき，　$y=210$
［答］　210 円

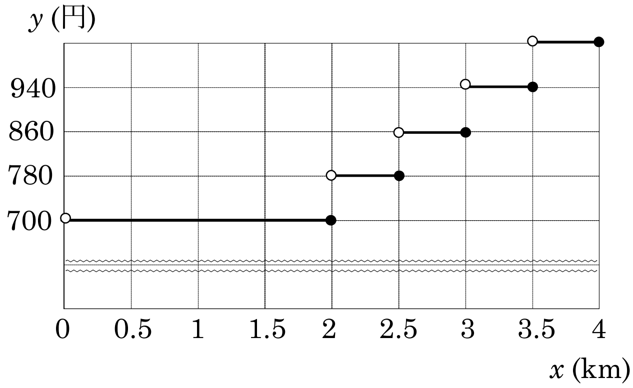
(2)　$y=240$ となる x の変域を求めなさい。
［解き方］　表より，$12<x\leqq 16$

(3)　x と y の関係をグラフに表しなさい。
［解き方］　表より，$0<x\leqq 4$ のとき　$y=140$
$4<x\leqq 8$ のとき　$y=170$
$8<x\leqq 12$ のとき　$y=210$
$12<x\leqq 16$ のとき　$y=240$
$16<x\leqq 20$ のとき　$y=270$
となり，グラフに表すと右のようになる。



※グラフの○印はその数を含まない。例 $0<x$　，$4<x$
グラフの●印はその数を含む。　例 $x\leqq 4$　，$x\leqq 8$

24 下のグラフは，あるタクシー会社のタクシーの走行距離と料金の関係を示したものである。最初の 2km までは 700 円，その後は 0.5km ごとに 80 円ずつ加算されていく。乗車距離が x km のときの料金を y 円とする。次の問いに答えなさい。
BCDE



① 走行距離が 3.8km のときの料金を求めなさい。

____

② $y=860$ となる x の変域を求めなさい。

____

25
E

$y=2x^2$について，xの変域が$a \leqq x \leqq 2a+3$のとき，yの変域は$0 \leqq y \leqq 8$となった。このとき，定数aの値を求めなさい。

____

26
CDE

関数$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}^2$で，$\boldsymbol{x}$の値が$\boldsymbol{a}$から$\boldsymbol{a}+2$まで増加するときの変化の割合は，$\boldsymbol{y}=4\boldsymbol{x}+1$と同じになる。このとき，$\boldsymbol{a}$の値を求めなさい。

____

27
BCDE

xの変域が$-2 \leqq x \leqq 1$のときのyの変域をそれぞれ求めなさい。

㋐　$y=-2x-1$　　㋑　$y=3x+1$　　㋒　$y=2x^2$　　㋓　$y=-x^2$

㋐________________________　　㋑________________________

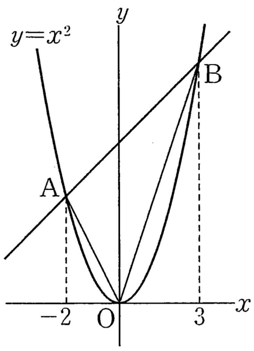
㋒________________________　　㋓________________________

28 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

応用（１） hakken.の法則

例 右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，２点 A，B がある。A，B の x 座標を，それぞれ−2，3 とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　２点 A，B の座標を求めなさい。

［解き方］　$x=-2$，$x=3$ を $y=x^2$ に代入する。

A 座標　$x=-2$ のとき $y=(-2)^2=4$

B 座標　$x=3$ のとき $y=3^2=9$

［答］　A(−2，4)，B(3，9)

(2)　２点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

［解き方］　直線ＡＢの式を，$y=mx+n$ とおくと，点 A，B を通るから

$$\begin{cases} 4=-2m+n & \cdots① \\ 9=3m+n & \cdots② \end{cases}$$

①−②

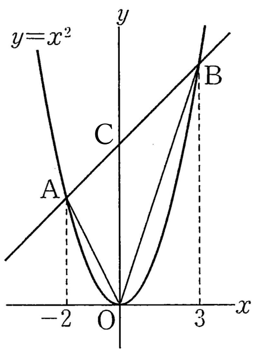
$$\begin{array}{rrl} & 4= & -2m+n \\ -) & 9= & 3m+n \\ \hline & -5= & -5m \end{array}$$

$m=1$

$m=1$ を①に代入　　$4=-2+n$，$-n=-2-4$，$-n=-6$，$n=6$

$m=1$，$n=6$　を $y=mx+n$ に代入すると $y=x+6$　　［答］　$y=x+6$

(3)　△OAB の面積を求めなさい。



[解き方]　直線 AB と y 軸の交点をＣとすると，

(2)より，Ｃ(0，6)

よって，△OAB＝△OAC＋△OBC

△OAC と△OBC の底辺を OC＝6 とする，

△OAC の高さは点 A の x 座標の絶対値＝2

△OBC の高さは点 B の x 座標の絶対値＝3

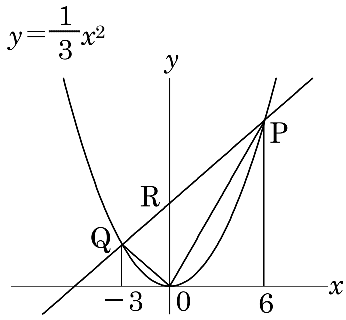
$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times3=15$　　［答］ 15

29
CDE

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に，3 点 P，Q，R がある。

P，Q，R の x 座標は，それぞれ－3，0，6 とするとき，次の問いに答えなさい。

① 点 P の座標を求めなさい。



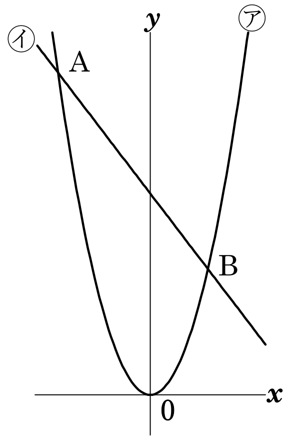
② 直線 PQ の式を求めなさい。

③ 点 R の座標を求めなさい。

④ △PQO の面積を求めなさい

30
CDE

右の図で $y=ax^2$…㋐と $y=-\frac{3}{4}x+10$…㋑のグラフが 2 点 A，B で交わっている。点 A の x 座標は -8 である。このとき次の問いに答えなさい。



① a の値を求めなさい。

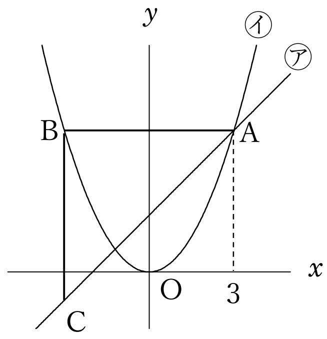
② 点 B の座標を求めなさい。

③ △OAB の面積を求めなさい。

④ ㋐のグラフ上の点 A と点 B の間に△PAB と△OAB の面積が等しくなるような点 P をとるとき，点 P の x 座標を求めなさい。

31
CDE

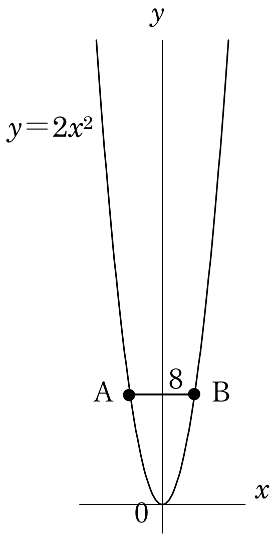
右の図において，直線㋐は関数 $y=x+2$ のグラフであり，曲線㋑は関数 $y=ax^2$ のグラフである。
点 A は直線㋐と曲線㋑との交点で，その x 座標は 3 である。点 B は曲線㋑上の点で，
線分 AB は x 軸と平行である。また，点 C は直線㋐上の点で，線分 BC は y 軸と平行である。
原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。



① 曲線㋑の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

② 線分 BC 上に点 E をとり，△ABE と△ACE の面積が等しくなるようにする。
このとき，直線 AE の式を $y=mx+n$ として，m，n の値を求めなさい。

32
DE
右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，それらの y 座標はともに8である。あとの問いに答えなさい。



① 関数 $y=2x^2$ のグラフ上に点C，y 軸上に点Dをとり，平行四辺形ABCDをつくる。点Cの座標を求めなさい。

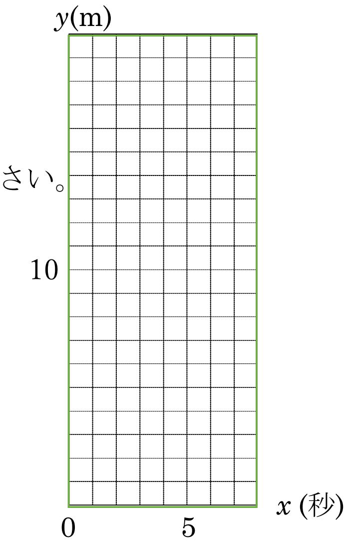
② 直線ADと関数のグラフとの点A以外の交点をEとする。点Eの座標を求めなさい。

③ 平行四辺形ABCDと四角形ABCEの面積の比を求めなさい。

33
DE

A くんはある坂でボールを転がした。ボールが，転がり始めてから x 秒間に進む道のりを y とすると，$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，y は x の 2 乗に比例し，2 秒間に進んだ道のりは 2m であった。
次の問いに答えなさい。

① $0 \leqq x \leqq 6$ のときの x と y の関係を式に表し、グラフをかきなさい。



② ボールが転がってから 6 秒間に進んだ道のりを求めなさい。

③ A くんは、ボールが坂を転がり始めたと同時に，坂を下り始めた。A くんの速さを秒速 3m すると，A くんが坂をおり始めてから何秒後にボールに追いつかれるか。
また、それをグラフにかきなさい。