

1 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ hakken. の法則

★2 乗に比例する関数… x , y の関係が, $y=ax^2$ (a は定数) で表されるとき, y は x の 2 乗に比例するという。このとき, a を比例定数という。

★関数 $y=ax^2$ では, x の値を n 倍すると, y の値は n^2 倍になる。

例 右のような底面が直角三角形で, 高さが 6cm の三角錐の体積を $y \text{ cm}^3$ とするとき, y を x の式で表しなさい。

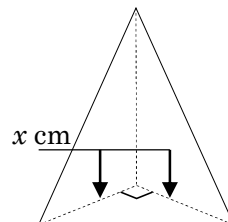
また, x が 2 倍, 3 倍, 4 倍…となると, y はどうなりますか。

[解き方] 三角錐の体積 $= \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x^2 \times 6$$

$$y = x^2$$

[答] $y = x^2$, y は 4 倍, 9 倍, 16 倍…となる。



2 次の問いに答えなさい。

① 半径 $x \text{ cm}$ 高さ 10cm の円柱の体積を $y \text{ cm}^3$ とするとき, y を x の式で表しなさい。

ABCDE

② 半径が 2 倍, 3 倍, 4 倍…となると, 体積はどうなりますか。

3 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の式を求めるhakken. の法則

例 y は x の 2 乗に比例し, $x=2$ のとき $y=16$ である。次の問いに答えなさい。

(1) x と y の関係を式に表しなさい。

[解き方] 比例定数を a とすると, $y=ax^2$

$$x=2 \text{ のとき } y=16 \text{ だから, } 16=a \times 2^2, a=4$$

[答] $y=4x^2$

(2) $x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

[解き方] $y=4x^2$ に $x=-2$ を代入すると, $y=4 \times (-2)^2$

$$y=16$$

[答] $y=16$

4 y が x の 2 乗に比例し、 $x=-3$ のとき、 $y=6$ である。次の問に答えなさい。

ABCDE ① y を x の式で表しなさい。

② $x=-6$ のときの y の値を求めなさい。

5 $y=ax^2$ のグラフが点 $(1, -3)$ を通るとき、次の問いに答えなさい。

ABCDE ① a の値を求めなさい。

② グラフが点 $(\frac{2}{3}, m)$ を通るとき、 m の値を求めなさい。

③ グラフが点 $(n, -12)$ を通るとき、 n の値を求めなさい。

6

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

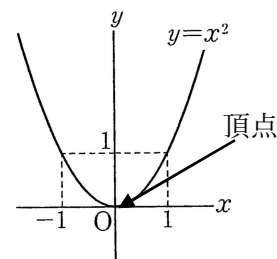
 $y=ax^2$ のグラフhakken. の法則

★ $y=x^2$ のグラフ…右の図のように、なめらかな曲線になり、
次のことがいえる。

★ y 軸を対称の軸として線対称である。

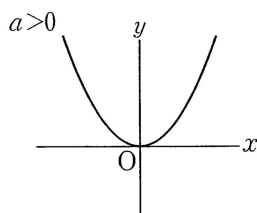
★原点を通り、 x 軸の上側にある。

★頂点は原点である。

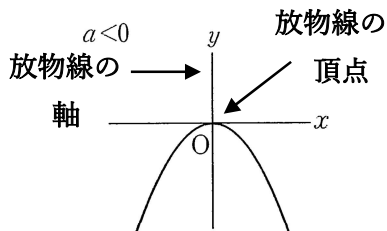


★ $y=ax^2$ のグラフ…① 原点を通り、 y 軸について対称な放物線になる。

② a の値によって次のようになる。



$a > 0$ では上に開く



$a < 0$ では下に開く

※ $y=3x^2$ のグラフと $y=-3x^2$ のグラフは x 軸について対称

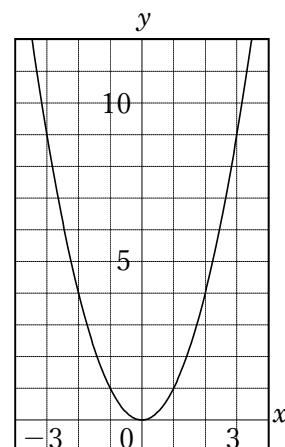
例 関数 $y=x^2$ について、下の表を完成しなさい。

また、グラフをかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

表より $(-3, 9)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$,
 $(2, 4)$, $(3, 9)$ の点をグラフにとり、曲線でつなぐ。

◎ a の絶対値が
大きくなるほど、
グラフの開き方は
小さい。



7

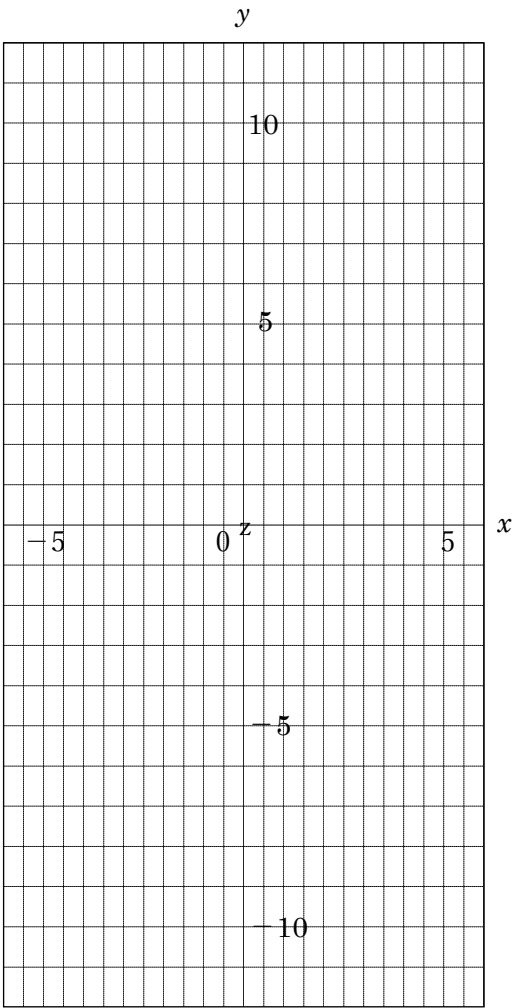
次のグラフをかきなさい。

ABCDE

① $y=3x^2$

② $y=\frac{1}{3}x^2$

③ $y=-\frac{1}{4}x^2$



8 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の値の増減

hakken. の法則 

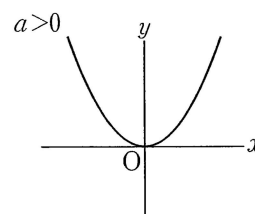
★関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき

$x \leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は減少する。

$x \geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は増加する。

$x=0$ のとき y の値は 0 で、最小になる。

x がどんな値をとっても、 $y \geq 0$ になる。



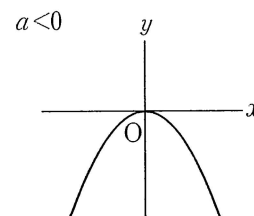
★関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a<0$ のとき

$x \leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は増加する。

$x \geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は減少する。

$x=0$ のとき、 y の値は 0 で、最大になる。

x がどんな値をとっても、 $y \leq 0$ になる。



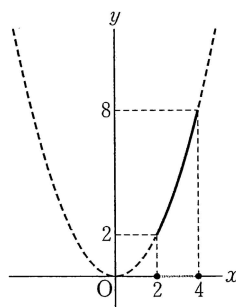
例 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次の(1)、(2)のときの y の変域を求めなさい。

(1) $2 \leq x \leq 4$

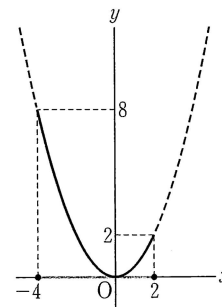
(2) $-4 \leq x \leq 2$

[解き方] それぞれの x の変域に対応するグラフは、下の図の放物線の実線になる。

y の値は、
 $2 \leq x \leq 4$ では
2 から 8 まで
増加する。



y の値は、
 $-4 \leq x \leq 0$ では
8 から 0 まで
減少し、
 $0 \leq x \leq 2$ では
0 から 2 まで
増加する。



[答] $2 \leq y \leq 8$

[答] $0 \leq y \leq 8$

◎ (1)は x の変域に $x=0$ をふくまない場合、(2)は $x=0$ をふくむ場合である。違いに注意する。

9 次の関数について、 y の変域をそれぞれ求めなさい。

ABCDE

① $y = -2x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

② $y = -\frac{1}{4}x^2$ ($-4 \leq x \leq -2$)

10 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の変化の割合

hakken. の法則 

例 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- (1) 1 から 3 まで (2) -4 から -2 まで

[解き方] 関数の変化の割合は、下記の式で計算する。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

(1) $x=1$ のとき, $y=2 \times 1^2=2$

$x=3$ のとき, $y=2 \times 3^2=18$

したがって, x の増加量は, $3-1=2$

y の増加量は, $18-2=16$

だから, 変化の割合は, $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{16}{2} = 8$ [答] 8

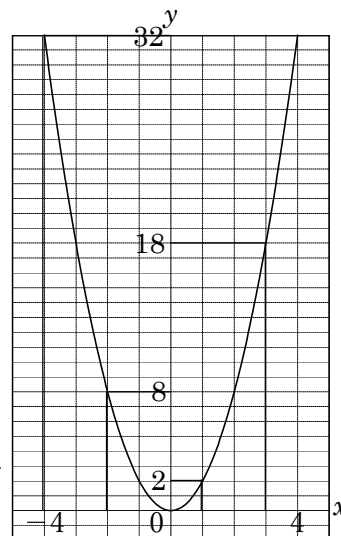
- (2) (1) と同様に考えると,

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-4)^2}{-2 - (-4)} = \frac{-24}{2} = -12 \quad \text{[答] } \underline{-12}$$

◎ 一次関数 $y=ax+b$ では, 変化の割合は一定で, x の係数 a に等しい。

◎ 関数 $y=ax^2$ において, x が p から q まで増加するとき,

$$\text{変化の割合} = \frac{aq^2 - ap^2}{q - p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(p+q) \text{ となる。}$$



11 関数 $y=3x^2$ について, x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

ABCDE

- ① -1 から 2 まで

- ② -3 から 0 まで

12 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について, x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

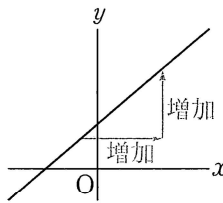
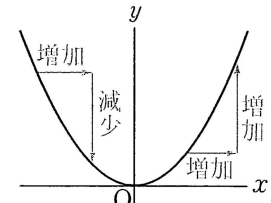
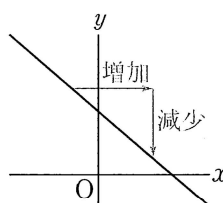
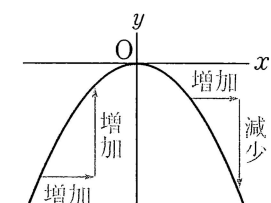
BCDE

- 13 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合が -15 であるとき、 a の値を求めなさい。

- 14 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

一次関数と関数 $y=ax^2$ hakken. の法則 

		関数 $y=ax+b$	関数 $y=ax^2$
グラフの形		直線	放物線
y の 値 の 増 減	$a>0$ のとき	つねに 増加する 	$x=0$ を境と して、減少 から増加に 変わる 
	$a<0$ のとき	つねに 減少する 	$x=0$ を境と して、増加 から減少に 変わる 
変化の割合		一定で a に等しい。	一定ではない。

- 15 次の㉖～㉙の関数について、下の問いに記号で答えなさい。

ABCDE

㉖ $y=2x+5$ ㉗ $y=-4x+3$ ㉘ $y=3x^2$ ㉙ $y=-2x^2$

- ① x が増加するとき、 y がつねに減少する関数はどれか。

- ② $x \leq 0$ の範囲で、 x が増加するときに y も増加する関数はどれか。

- 16 関数 $y=3x^2$ のグラフと x 軸について対称なグラフが点 $(-2, m)$ を通るとき、 n の値を求めなさい。

BCDE

- 17 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

平均の速さ

hakken. の法則

★平均の速さ…ある道のりを進んだときの平均の速さは、変化の割合に等しい。

$$\text{平均の速さ} = \frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}} \Leftrightarrow \text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

例 ある物を落とすとき、落ち始めてから x 秒後に y m 落ちるとすると、およそ $y=2x^2$ という関係があるという。落ち始めてから 3 秒後から 5 秒後までの平均の速さを求めなさい。

[解き方] 変化の割合を求めればよいから、変化の割合 $= \frac{2 \times 5^2 - 2 \times 3^2}{5 - 3} = \frac{50 - 18}{2} = \frac{32}{2} = 16$

[答] 秒速 16m

- 18 物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、およそ $y=5x^2$ という関係がある。このとき、次の問いに答えなさい。

BCDE

① 物が落ち始めてから 4 秒間ではおよそ何 m 落ちますか。

② 320m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでにおよそ何秒間かかりますか。

③ 落下し始めてから 3 秒後までの平均の速さを求めなさい。

19 自動車のブレーキがききはじめから停止するまでの距離を，制動距離という。制動距離は
BCDE 自動車の速さの 2 乗に比例する。自動車の速さが時速 x km，制動距離 y m とするとき，
 $x=30$ ， $y=5$ となる。次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 時速 60 km のときの制動距離を求めなさい。

③ この自動車の制動距離が 45 m のとき，速さを求めなさい。

20 周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると，およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係がある。このとき，
CDE 次の問いに答えなさい。

① 周期が 2 秒であるふりこを作るには，ふりこの長さを何 m にすればよいか求めなさい。

② 長さが 9m であるふりこの周期は何秒になるか求めなさい。

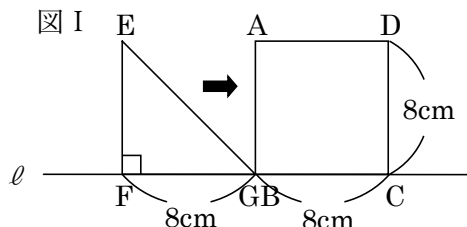
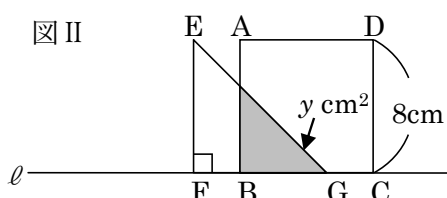
21 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

図形の移動

hakken. の法則 

- 例 図 I のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。
 正方形はそのまま、直角二等辺三角形を矢印の方向に、毎秒 2cm の速さで
 頂点 G が C に重なるまで移動する。
 直角二等辺三角形 EFG が動き始めてから x 秒後に、重なっている部分の面積を
 $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。



- (1) x と y の関係を式で表しなさい。

[解き方] 重なってできる図形は、直角二等辺三角形

$$x \text{ の変域は } 0 \leq x \leq 4 \quad \text{よって, } y = 2x \times 2x \times \frac{1}{2}$$

$$[\text{答}] \quad y = 2x^2 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

- (2) グラフをかきなさい。

グラフに表すと、右のようになる。

- (3) 重なっている部分の面積が直角二等辺三角形 EFG

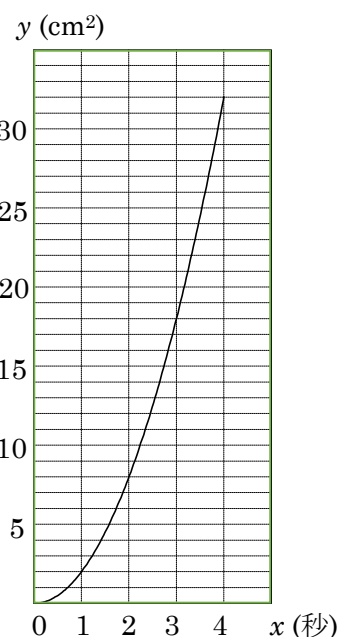
の $\frac{1}{4}$ になるのは何秒後か答えなさい。

直角二等辺三角形 EFG の面積の $\frac{1}{4}$ は、

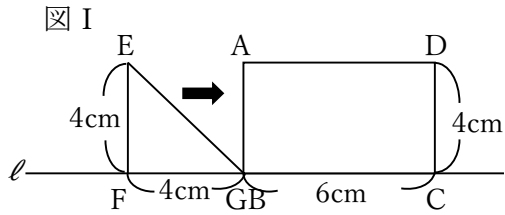
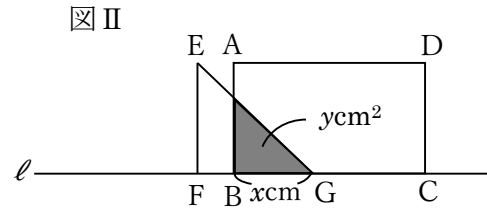
$$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 8 \quad \text{だから, } 8 = 2x^2$$

$$4 = x^2$$

$$x = \pm 2 \quad \text{答えは正の数だから, } x = 2 \quad [\text{答}] \quad 2 \text{ 秒後}$$



- 22 次の図 I のように、長方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。長方形はそのまま、直角二等辺三角形を矢印の方向に、頂点 G が C に重なるまで移動させる。図 II のように、線分 BG の長さを x cm、重なってできる部分の面積を y cm² とするとき、次の問いに答えなさい。

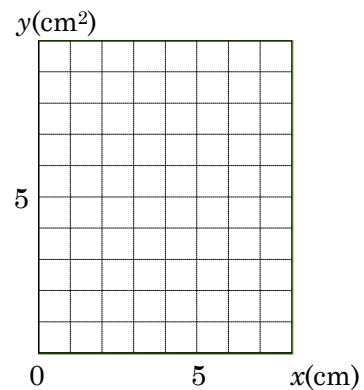


① 次の場合について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 4$

(2) $4 \leq x \leq 6$

② グラフに表しなさい。



23 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

いろいろな関数

hakken. の法則 

例 ある鉄道会社では、乗車距離と運賃の関係を 20km の範囲までは、下の表のように定めている。乗車距離が x km のときの運賃を y 円とすると、次の問いに答えなさい。

乗車距離	4km まで	8km まで	12km まで	16km まで	20km まで
運 賃	140 円	170 円	210 円	240 円	270 円

(1) $x=10$ のときの運賃を求めなさい。

[解き方] 表より、 $8 < x \leq 12$ のとき、 $y=210$

[答] 210 円

(2) $y=240$ となる x の変域を求めなさい。

[解き方] 表より、 $12 < x \leq 16$

(3) x と y の関係をグラフに表しなさい。

[解き方] 表より、 $0 < x \leq 4$ のとき $y=140$

$4 < x \leq 8$ のとき $y=170$

$8 < x \leq 12$ のとき $y=210$

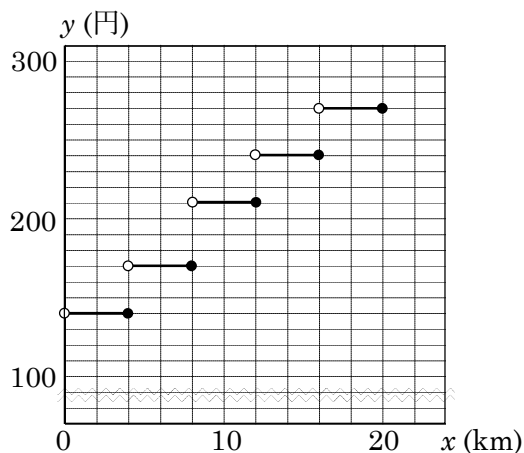
$12 < x \leq 16$ のとき $y=240$

$16 < x \leq 20$ のとき $y=270$

となり、グラフに表すと右のようになる。

※グラフの○印はその数を含まない。例 $0 < x$, $4 < x$

グラフの●印はその数を含む。 例 $x \leq 4$, $x \leq 8$



24 下のグラフは、あるタクシー会社のタクシーの走行距離と料金の関係を示したものである。

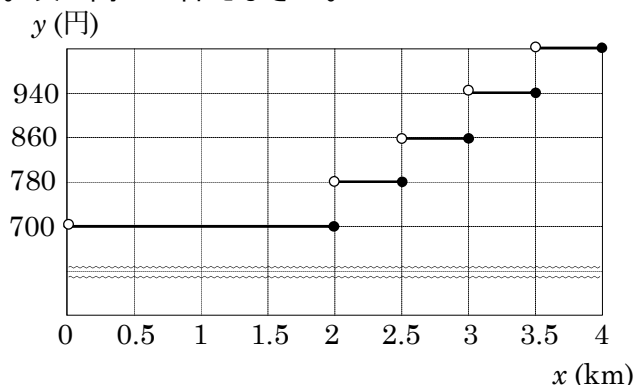
BCDE

最初の 2km までは 700 円、その後は 0.5km ごとに 80 円ずつ加算されていく。

乗車距離が x km のときの料金を y 円とする。次の問いに答えなさい。

① 走行距離が 3.8km のときの料金を求めなさい。

② $y=860$ となる x の変域を求めなさい。



- 25 $y=2x^2$ について、 x の変域が $a \leq x \leq 2a+3$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 8$ となった。このとき、
E 定数 a の値を求めなさい。

- 26 関数 $y=x^2$ で、 x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は、 $y=4x+1$ と同じになる。このとき、 a の値を求めなさい。
CDE

- 27 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のときの y の変域をそれぞれ求めなさい。

BCDE ㉞ $y=-2x-1$ ㉟ $y=3x+1$ ㊱ $y=2x^2$ ㊲ $y=-x^2$

㉞ _____

㉟ _____

㊱ _____

㊲ _____

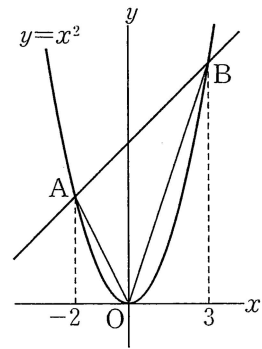
28 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

応用(1)

hakken. の法則 

例 右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に、2点 A, B がある。
A, B の x 座標を、それぞれ $-2, 3$ とするとき、次の問いに
答えなさい。



(1) 2点 A, B の座標を求めなさい。

[解き方] $x=-2, x=3$ を $y=x^2$ に代入する。

A 座標 $x=-2$ のとき $y=(-2)^2=4$

B 座標 $x=3$ のとき $y=3^2=9$

[答] A($-2, 4$), B($3, 9$)

(2) 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

[解き方] 直線 AB の式を、 $y=mx+n$ とおくと、点 A, B を通るから

$$\begin{array}{rcl} \left\{ \begin{array}{l} 4 = -2m + n \quad \cdots \textcircled{1} \\ 9 = 3m + n \quad \cdots \textcircled{2} \end{array} \right. & \begin{array}{l} \textcircled{1} - \textcircled{2} \\ - \end{array} & \begin{array}{l} 4 = -2m + n \\ 9 = 3m + n \\ \hline -5 = -5m \\ m = 1 \end{array} \end{array}$$

$m=1$ を $\textcircled{1}$ に代入 $4 = -2 + n, -n = -2 - 4, -n = -6, n = 6$

$m=1, n=6$ を $y=mx+n$ に代入すると $y=x+6$ [答] $y=x+6$

(3) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

[解き方] 直線 AB と y 軸の交点を C とすると、

(2) より、C($0, 6$)

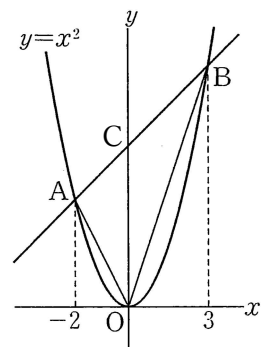
よって、 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$

$\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ の底辺を $OC=6$ とする、

$\triangle OAC$ の高さは点 A の x 座標の絶対値 $=2$

$\triangle OBC$ の高さは点 B の x 座標の絶対値 $=3$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 15 \quad [\text{答}] \quad 15$$



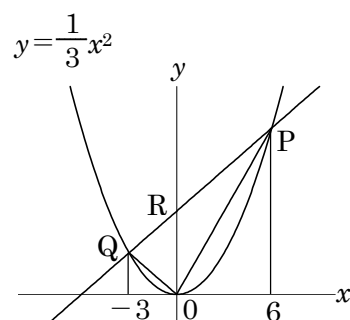
29

CDE

右の図のように、関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に、3 点 Q, R, P がある。

Q, R, P の x 座標は、それぞれ -3 , 0 , 6 とするとき、次の問いに答えなさい。

① 点 P の座標を求めなさい。



② 直線 PQ の式を求めなさい。

③ 点 R の座標を求めなさい。

④ $\triangle PQO$ の面積を求めなさい

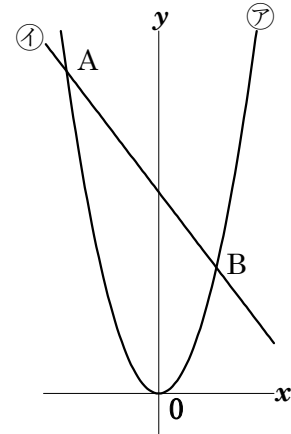
30

CDE

右の図で $y=ax^2$ …②と $y=-\frac{3}{4}x+10$ …①のグラフが2点A, Bで交わっている。点Aの x 座標は-8である。このとき次の問いに答えなさい。

① a の値を求めなさい。

② 点Bの座標を求めなさい。

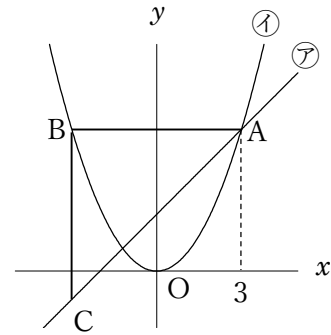


③ $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

④ ②のグラフ上の点Aと点Bの間に $\triangle PAB$ と $\triangle OAB$ の面積が等しくなるような点Pをとるとき、点Pの x 座標を求めなさい。

- 31 右の図において、直線㉞は関数 $y=x+2$ のグラフであり、曲線㉟は関数 $y=ax^2$ のグラフである。
 CDE 点 A は直線㉞と曲線㉟との交点で、その x 座標は 3 である。点 B は曲線㉟上の点で、
 線分 AB は x 軸と平行である。また、点 C は直線㉞上の点で、線分 BC は y 軸と平行である。
 原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

① 曲線㉟の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。



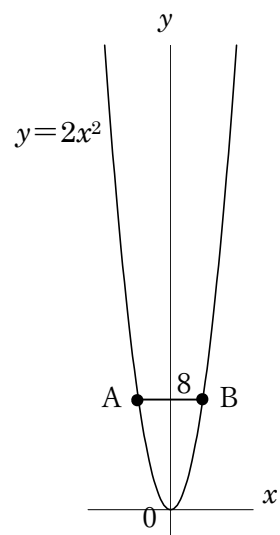
- ② 線分 BC 上に点 E をとり、 $\triangle ABE$ と $\triangle ACE$ の面積が等しくなるようにする。
 このとき、直線 AE の式を $y=mx+n$ として、 m 、 n の値を求めなさい。

32

DE

右の図のように、関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、それらの y 座標はともに 8 である。あとの問いに答えなさい。

- ① 関数 $y=2x^2$ のグラフ上に点 C, y 軸上に点 D をとり、平行四辺形 ABCD をつくる。点 C の座標を求めなさい。



- ② 直線 AD と関数のグラフとの点 A 以外の交点を E とする。点 E の座標を求めなさい。

- ③ 平行四辺形 ABCD と四角形 ABCE の面積の比を求めなさい。

33

DE

A くんはある坂でボールを転がした。ボールが、転がり始めてから x 秒に進む道のりを y とすると、 $0 \leq x \leq 6$ のとき、 y は x の 2 乗に比例し、2 秒に進んだ道のりは 2m であった。
次の問いに答えなさい。

① $0 \leq x \leq 6$ のときの x と y の関係を式に表し、グラフをかきなさい。

② ボールが転がってから 6 秒に進んだ道のりを求めなさい。

③ A くんは、ボールが坂を転がり始めたと同時に、坂を下り始めた。A くんを秒速 3m とすると、A くんが坂をおり始めてから何秒後にボールに追いつかれるか。また、それをグラフにかきなさい。

