1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

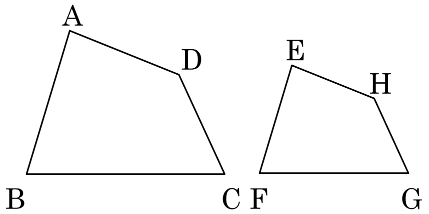
相似な図形 hakken.の法則

★**拡大**(かくだい)・**縮小**(しゅくしょう)…ある図形の形を変えないで，一定の割合で大きくすることを**拡大**する，小さくすることを**縮小**するという。

★相似(そうじ)な図形…2つの図形があって，一方の図形を拡大または縮小したものと，他方の図形が合同であるとき，この2つの図形は**相似**であるという。

★**相似な図形**…四角形 ABCD と四角形 EFGH が相似であることを，記号∽を使って，次のように表す。

四角形 ABCD∽四角形 EFGH



★**相似な多角形の性質**

Ⅰ **対応する線分の比は，すべて等しい。**

四角形 ABCD∽四角形 EFGH のとき，AB：EF＝BC：FG＝CD：GH＝DA：HE

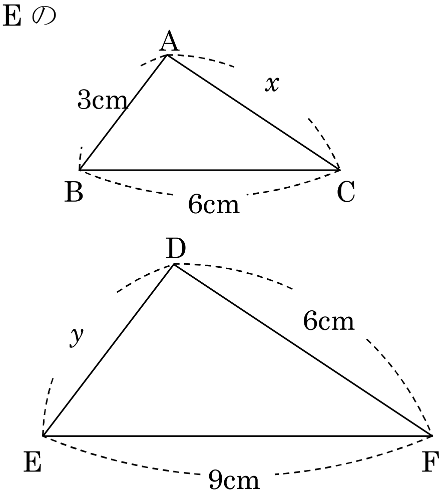
Ⅱ **対応する角の大きさは，それぞれ等しい。**

四角形 ABCD∽四角形 EFGH のとき，∠A＝∠E，∠B＝∠F，∠C＝∠G ，∠D＝∠H

★**相似比**…相似な2つの多角形で，対応する辺の長さの比を**相似比**という。

★**比の性質**…$a:b=c:d$ ならば $ad=bc$

例 右の図で，△ABC∽△DEF のとき，辺 AC，辺 DE の長さを求めなさい。



［解き方］ 図より

$x:6=6:9$

$9x=6\times6$

$9x=36$

$\frac{9x}{9}=\frac{36}{9}$

$x=4$

$3:y=6:9$

$6y=3\times9$

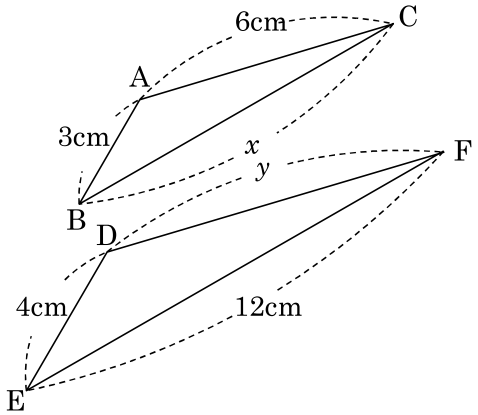
$6y=27$

$\frac{6y}{6}=\frac{27}{6}$

$y=\frac{9}{2}$

［答］ AC＝4cm，DE＝$\frac{9}{2}$cm

2 ABCDE 右の図で，△ABC∽△DEF のとき，辺 BC，辺 DF の長さを求めなさい。



$x : 12 = 3 : 4$
$4x = 12 \times 3$
$4x = 36$
$\frac{4x}{4} = \frac{36}{4}$
$x = 9$

$6 : y = 3 : 4$
$3y = 6 \times 4$
$3y = 24$
$\frac{3y}{3} = \frac{24}{3}$
$y = 8$

BC **9cm**　DF **8cm**

3 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

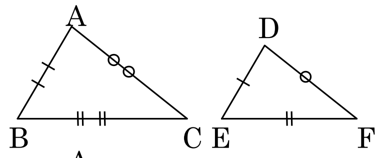
三角形の相似条件　hakken.の法則

★三角形の相似条件

2 つの三角形は次の場合に相似である。

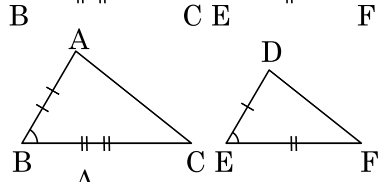
Ⅰ　**3 組の辺の比**がすべて等しいとき

AB : DE＝BC : EF＝CA : FD



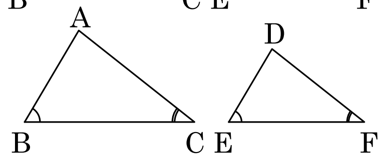
Ⅱ　**2 組の辺の比とその間の角**がそれぞれ等しいとき

AB : DE＝BC : EF，∠B＝∠E

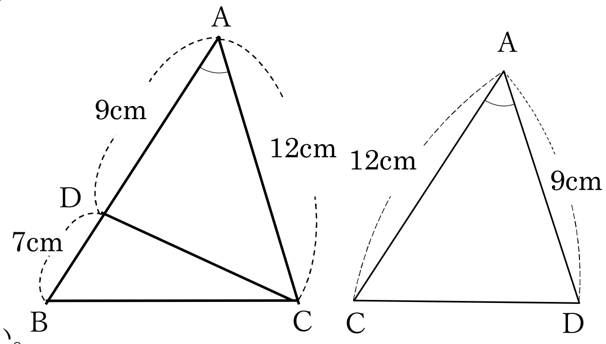


Ⅲ　**2 組の角**がそれぞれ等しいとき

∠B＝∠E，∠C＝∠F



例　右の図で△ABC∽△ACD となることを証明しなさい。



［証明］　△ABC と△ACD において

仮定より，AB : AC＝16 : 12＝4 : 3…①

AC : AD＝12 : 9＝4 : 3…②

共通より，∠BAC＝∠CAD…③

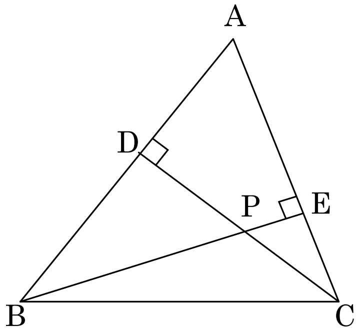
①，②，③より，

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

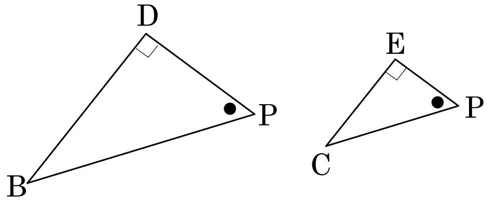
よって，△ABC∽△ACD

4 ABCDE

右の図の△ABC で点 B, C からそれぞれ AC, AB に垂線 BE, CD を引きその交点を P とする。このとき△BDP ∽ △CEP であることを証明しなさい。



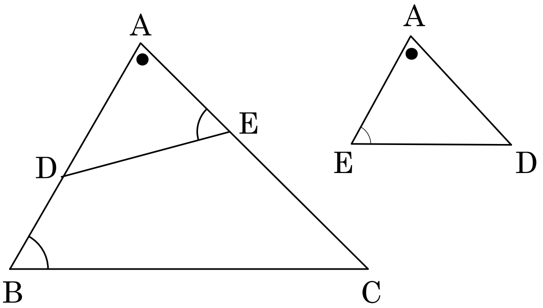
△BDP と△CEP において
仮定より，∠BDP＝∠CEP＝90°…①
対頂角は等しいから，∠BPD＝∠CPE…②
①, ②より，2 組の角がそれぞれ等しい。
よって，△BDP∽△CEP



5 BCDE

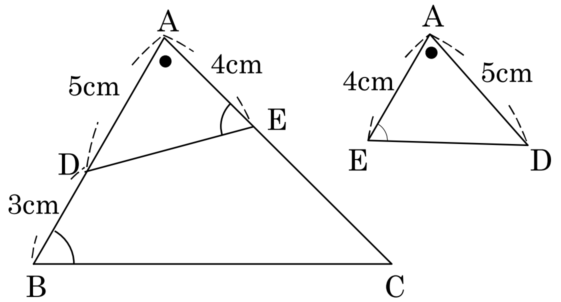
右の図の△ABC で辺 AB,辺 AC 上にそれぞれ点 D,E をとる。∠ABC＝∠AED のとき，次の問いに答えなさい。

① △ABC∽△AED であることを証明しなさい。



△ABC と△AED において
仮定より，∠ABC＝∠AED…①
共通な角だから　∠BAC＝∠EAD…②
①，②より，
2 組の角がそれぞれ等しい。
よって，△ABC∽△AED

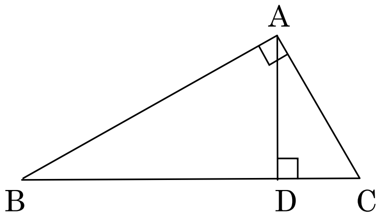
② AD＝5cm，DB＝3cm，AE＝4cm のとき AC の長さを求めなさい。



対応する辺の比が等しいから，
AB : AE＝AC : AD
AB＝AD+DB＝8　AC＝$\boldsymbol{x}$ とおく
8 : 4＝$\boldsymbol{x}$: 5，4$\boldsymbol{x}$＝8×5
4$\boldsymbol{x}$＝40
$\boldsymbol{x}$＝10

10cm

6 ∠A＝90°の△ABC で，A から斜辺 BC に垂線 AD をひく。
BCDE
(1) △ABC∽△DAC となることを証明しなさい。



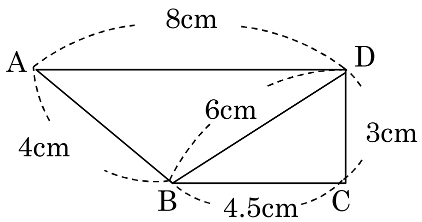
△ABC と△DAC において
仮定より，∠BAC＝∠ADC＝90°…①
共通だから，∠ACB＝∠DCA…②
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しい。
よって，△ABC∽△DAC

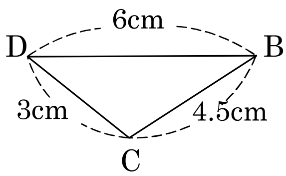
(2) BC＝27cm，AC＝9cm のとき，DC の長さを求めなさい。

対応する辺の長さの比は等しいので BC : AC＝AC : DC
DC＝x cm とすると，$27 : 9 = 9 : x$
$27 \times x = 9 \times 9$
$27x = 81$
$x = 3$

3cm

7 右の図で△ABD∽△DCB となることを証明しなさい。
BCDE



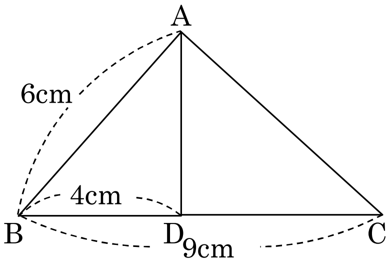


△ABD と△DCB において，
仮定より，AB : DC＝4 : 3…①
BD : CB＝6 : 4.5＝4 : 3…②
DA : BD＝8 : 6＝4 : 3 …③
①，②，③より 3 組の辺の比がすべて等しい。
よって，△ABD∽△DCB

8 右の図について，次の問いに答えなさい。

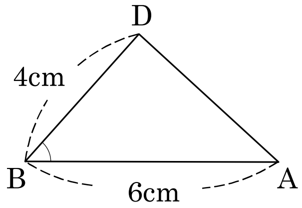
BCDE

(1) 相似な三角形を答えなさい。



△ABC∽△DBA

(2) (1)を証明しなさい。



△**ABC**∽△**DBA** において，

仮定から，**AB：DB＝6：4＝3：2**…①

BC：BA＝9：6＝3：2…②

共通だから，∠**ABC**＝∠**DBA**…③

①，②，③より，

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって，△**ABC**∽△**DBA**

(3) AD＝5cm のとき，CA の長さを求めなさい。

(2)より相似比は，**3：2**　　**3：2＝CA：5**

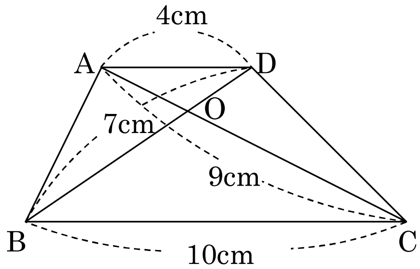
2×CA＝15

$\mathbf{CA=\frac{15}{2}\ (7.5)}$

$\mathbf{\frac{15}{2}\ (7.5)cm}$

9 AD//BC のとき，BO，CO の長さを求めなさい。

BCDE



AD//BC より **2** つの錯角が等しい。

よって，△**AOD**∽△**COB**，相似比は **4：10＝2：5**

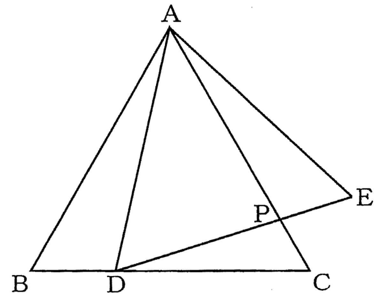
$\mathbf{BO=7\times\frac{5}{7}=5(cm)}$

$\mathbf{CO=9\times\frac{5}{7}=\frac{45}{7}(cm)}$

BO **5cm**　　CO $\mathbf{\frac{45}{7}cm}$

10 右の図で△ABC と△ADE は，ともに正三角形である。AC と DE の交点を P とするとき，△ABD∽△AEP であることを証明しなさい。

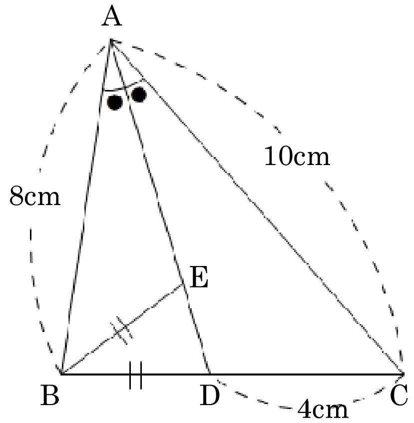
BCDE



△ABD と**△AEP** において
正三角形の定理より，
∠ABD＝∠AEP＝60°…①
∠BAC＝∠DAE＝60°…②
∠BAD＝∠BAC－∠DAC…③
∠EAP＝∠DAE－∠DAC…④
②，③，④より，**∠BAD＝∠EAP**…⑤
①，⑤より，**2** 組の角がそれぞれ等しい。
よって，**△ABD∽△AEP**

11 右の図のような△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とし，線分 AD 上に BD＝BE となる点 E をとる。次の問いに答えなさい。

CDE



(1)　△ABE∽△ACD であることを証明しなさい。

△ABE と**△ACD** において
仮定より　**∠BAE=∠CAD**…①
△BDE は二等辺三角形だから，
∠BED=∠BDE ，**180°－∠BED＝∠AEB**
180°－∠BDE＝∠ADC
よって**∠AEB＝∠ADC**…②
①，②より，**2** 組の角がそれぞれ等しい。
よって，**△ABE∽△ACD**

(2)　BD の長さを求めなさい。

△ABE と **△ACD** の相似比は　**AB：AC＝8：10＝4：5**
BE＝$\boldsymbol{x}$ として
BE：CD＝$\boldsymbol{x}$**：4=4：5**
$\boldsymbol{5x=16}$

$\boldsymbol{x=\frac{16}{5}}$　　　**BE＝BD** より，$\mathbf{BD=\frac{16}{5}}$

$\mathbf{\frac{16}{5}}$**cm**