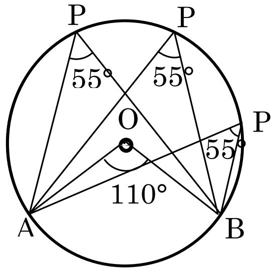
1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

円周角と中心角（1） hakken.の法則

★**円周角**(えんしゅうかく)…下の図の円 O で，∠APB を，$\overset{\frown}{AB}$ に対する**円周角**といい，∠AOB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する**中心角**(ちゅうしんかく)という。

また，$\overset{\frown}{AB}$(**弧**(こ)AB と読む)を，円周角∠APB に対する**弧**という。



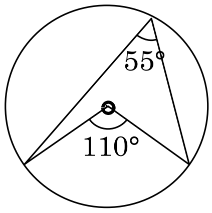
★**円周角**(えんしゅうかく)**の定理**

❶　1 つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する**中心角の大きさの半分**である。

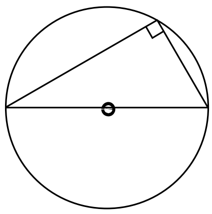
❷　**同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。**

※　**弦が直径のとき円周角は** 90°，**中心角は** 180°である。

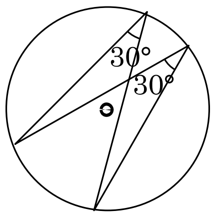
❶　半分になる



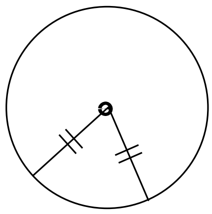
❷　90°になる



❸　同じになる



❹　二等辺三角形になる



例　円周の$\frac{1}{6}$の弧に対する中心角と円周角を求めなさい。

［解き方］　中心角は $360° \times \frac{1}{6} = 60°$ 円周角は中心角の半分だから，$60° \times \frac{1}{2} = 30°$

［答］ 中心角　60°　　円周角　30°

2 次の問いに答えなさい。

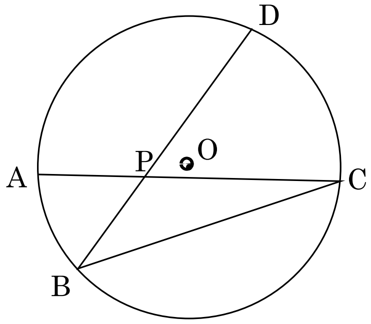
ABCDE

①　円周の$\frac{5}{6}$の弧に対する円周角

②　円周の$\frac{4}{9}$の弧に対する中心角

3
BCDE

右の図で $\overset{\frown}{AB}$ の長さは円周の $\frac{1}{9}$，$\overset{\frown}{CD}$ の長さは円周の $\frac{1}{5}$ である。AC と BD の交点を P とするとき，∠APB の大きさを求めなさい。



4
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

円周角と中心角（２） hakken.の法則

例　次の問いに答えなさい。

(1)　右の図で，$\overset{\frown}{CD}$ は $\overset{\frown}{AB}$ の何倍か。

［解き方］　1 つの円において，弧の長さは中心角に比例するから，

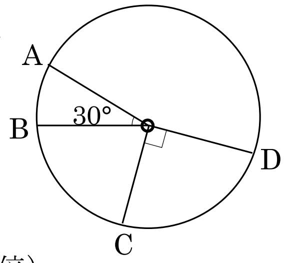
$90° \div 30° = 3$(倍)　　［答］3 倍

(2)　右の図で，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角の大きさは，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の大きさの何倍か。

［解き方］　$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は，$90° \div 2 = 45°$

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は，$30° \div 2 = 15°$　　$45° \div 15° = 3$(倍)

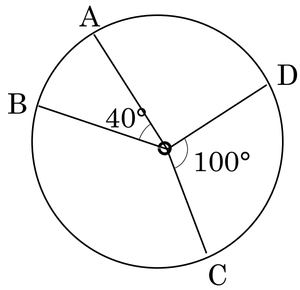
［答］3 倍



5
ABCDE

次の問いに答えなさい。

①　右の図で，$\overset{\frown}{CD}$ は $\overset{\frown}{AB}$ の何倍か。

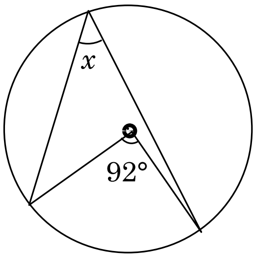


②　右の図で，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角の大きさは，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の大きさの何倍か。

6 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

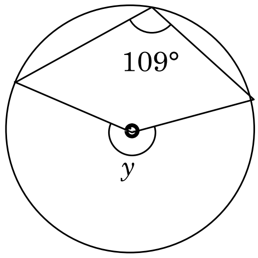
円周角の定理　hakken.の法則

例　∠x, ∠y, ∠z の大きさを求めなさい。

(1)


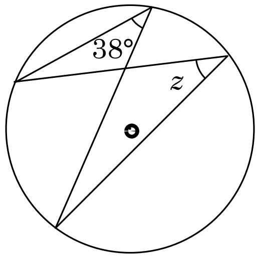
［解き方］　92°÷2＝46°

［答］ ∠x＝46°

(2)


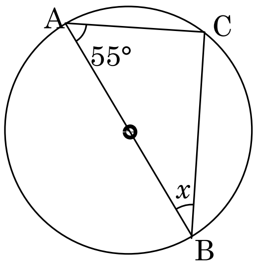
109°×2＝218°

∠y＝218°

(3)


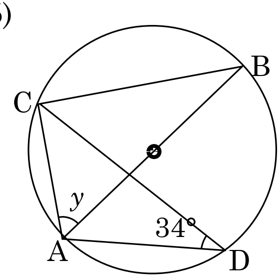
同じ弧に対する円周角は等しい

∠z＝38°

(4)


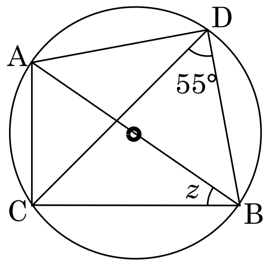
［解き方］　半円の弧に対する
円周角は 90°
180°－(90°＋55°)＝35°

［答］ ∠x＝35°

(5)


∠B＝34°，∠C＝90°
∠y ＝180°－(34＋90) °
＝56°

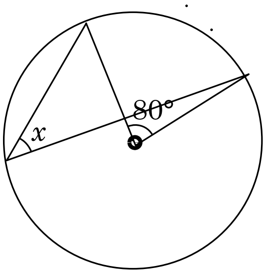
∠y＝56°

(6)


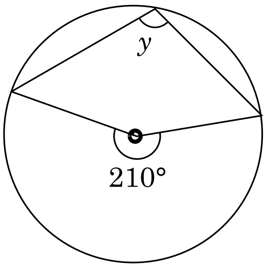
∠ADB＝90°，
∠ADC＝90°－55°
＝35°
∠ADC＝∠z

∠z＝35°

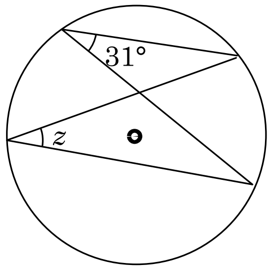
7 ABCDE ∠x, ∠y, ∠z の大きさを求めなさい。

①


∠x＝＿＿＿＿＿

②


∠y＝＿＿＿＿＿

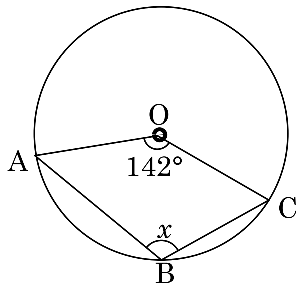
③


∠z＝＿＿＿＿＿

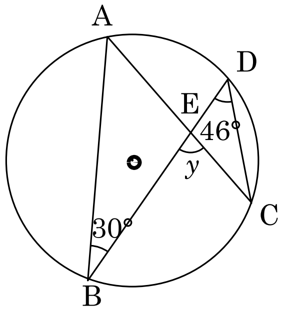
8 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

BCDE

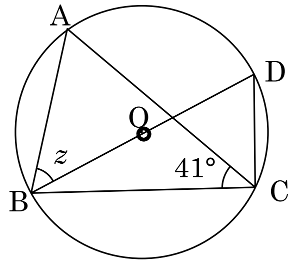
①



②



③ BD が直径

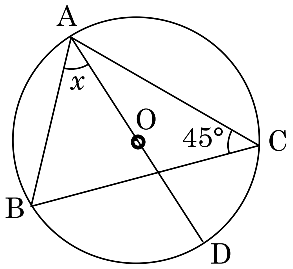


$\angle x=$__________ $\angle y=$__________ $\angle z=$__________

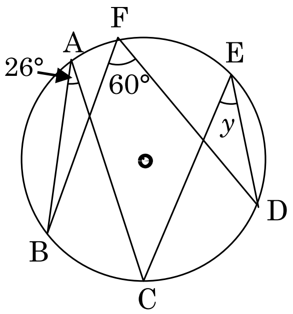
9 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

ABCDE

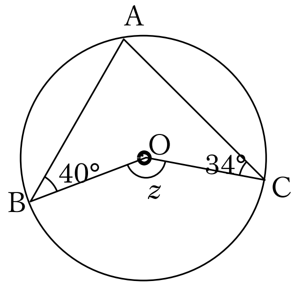
① AD は直径



②



③

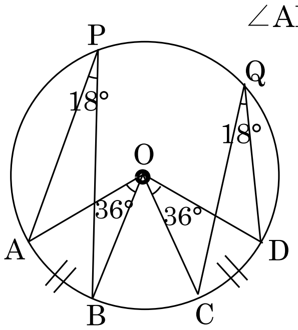


$\angle x=$__________ $\angle y=$__________ $\angle z=$__________

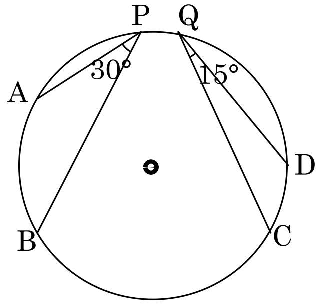
10 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

等しい弧に対する円周角　hakken.の法則

★　等しい弧に対する円周角は等しい。
　　等しい弧に対する中心角は等しい。
　　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，$\angle AOB=\angle COD$
　　　　　　　　　　$\angle APB=\angle CQD$

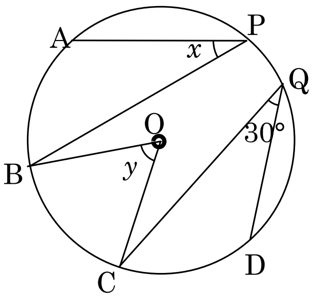


★1 つの円で，弧の長さは，
その弧に対する円周角の大きさに比例する。
$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$ ならば，$\angle APB=2\angle CQD$

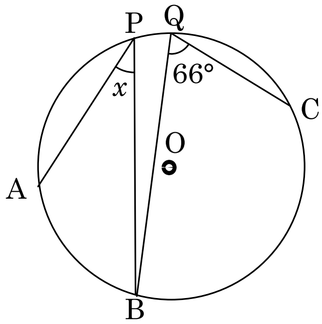


例　次の $\angle x$，$\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

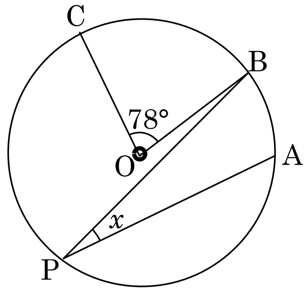
(1)　$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$



(2)　$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



(3)　$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



［解き方］

(1)
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

$x:30=1:1$

$x=30$

$y=2x$

$y=60$

(2)
$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$x=66\div2$

$=33$

(3)
$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$x=78\div2\div2$

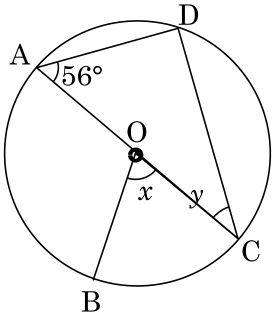
$=19.5$

［答］　$\angle x=30°$，$\angle y=60°$　　$\angle x=33°$　　$\angle x=19.5°$

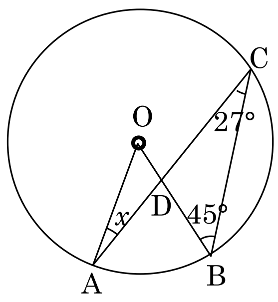
11 次の$\angle x$，$\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

ABCDE

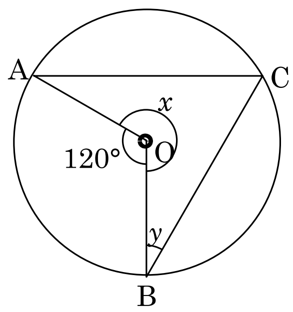
① $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$・AC は直径



②



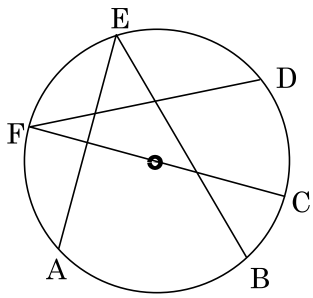
③ AC＝BC



$\angle x$＝＿＿＿＿　$\angle y$＝＿＿＿＿　$\angle x$＝＿＿＿＿　$\angle x$＝＿＿＿＿　$\angle y$＝＿＿＿＿

12 次の図で，$\angle$CFD＝27°，$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=5:3$ のとき，$\angle$AEB の大きさを求めなさい。

BCDE



＿＿＿＿＿＿＿＿

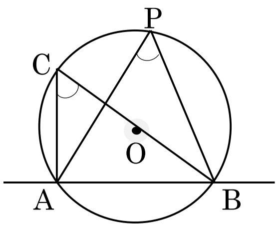
13 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円周角の定理の逆　hakken.の法則

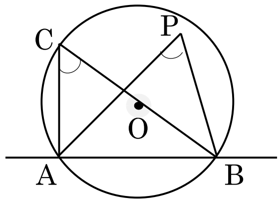
★円の内部と外部

円 O の円周上に 3 点 A，B，C がある。直線 AB について，点 C と同じ側に点 P をとるとき，∠APB と∠ACB の大小は，P の位置により次のようになる。

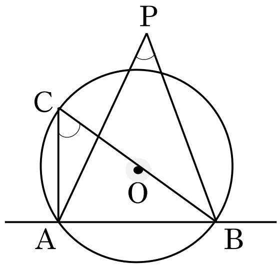
❶ 点 P が円周上にあるとき
→∠APB＝∠ACB



❷ 点 P が円の内部にあるとき
→∠APB＞∠ACB



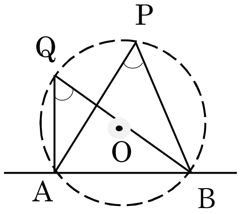
❸ 点 P が円の外部にあるとき
→∠APB＜∠ACB



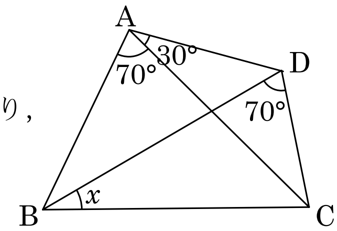
★円周角の定理の逆

上の❶～❸から，∠APB＝∠ACB ならば，点 P は円 O の周上にあることがわかる。
したがって，次の**円周角の定理の逆**が成り立つ。

4 点 A，B，P，Q について，P，Q が直線 AB の同じ側にあって，
∠APB＝∠AQB
ならば，この 4 点は 1 つの円周上にある。



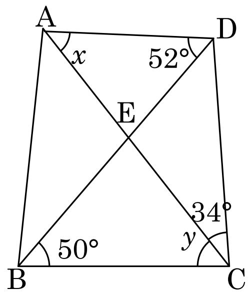
例　右の図の 4 点 A，B，C，D は，同じ円周上にあるか答えなさい。また∠x を求めなさい。



［解き方］ 2 点 A，D は直線 BC について同じ側にあり，
∠BAC＝∠BDC であるから，円周角の定理の逆により，
4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。このとき，
∠x は$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$に対する円周角であるから，∠$x$＝∠CAD＝30°

［答］ 円周上にある。∠x＝30°

14 ABCDE **右の図で，4 点 A，B，C，D が同じ円周上にあるためには，∠x，∠y の大きさは何度でなければならないか，求めなさい。**



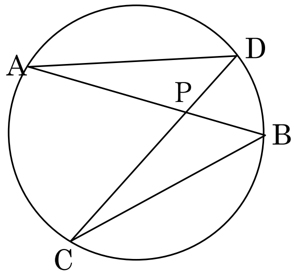
∠x＝＿＿＿＿　　∠y＝＿＿＿＿

15 BCDE

次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円周角の定理を利用した証明 hakken.の法則

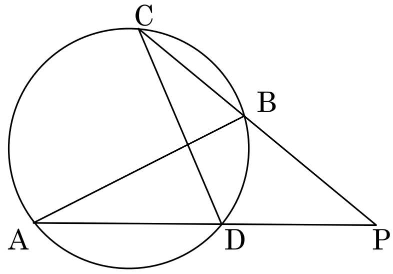
例 右の図のように，2 つの弦 AB，CD の交点を P とするとき，
△DAP∽△BCP となることを証明しなさい。



［証明］ △DAP と△BCP において
∠DPA＝∠BPC（対頂角） ･･･①
∠ADP＝∠CBP（円周角） ･･･②
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しい
よって，△DAP∽△BCP

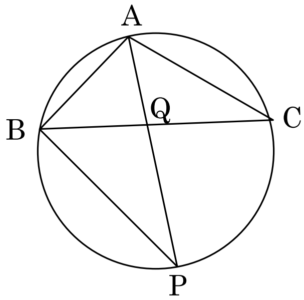
16 BCDE

右の図のように，円の 2 つの弦 AB，CD が交わっている。2 つの直線 AD，CB をひいて，その交点を P とするとき，△ABP∽△CDP となることを証明しなさい。



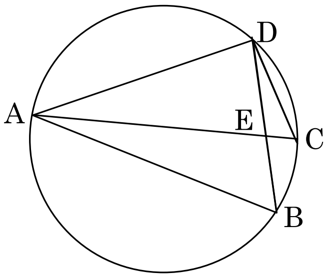
17 CDE

右の図で，A,B,C,P は円周上の点で，BP＝PC である。また，AP と BC の交点を Q とする。△ABP∽△AQC となることを証明しなさい。



18 CDE

右の図で，AB＝AC，AD＝AE，∠BAC＝∠CAD です。AB＝10cm，AD＝8cm のとき，線分 CD の長さを求めなさい。

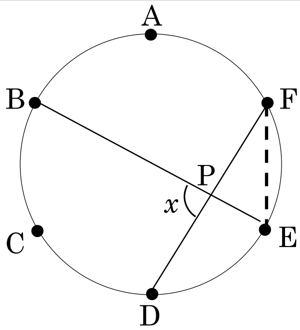


19 BCDE

次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

応用（１） hakken.の法則

例 次の図で，点 A,B,C,D,E,F は，円周を 6 等分した点である。∠x の大きさを求めなさい。



［解き方］ FE をひく。図Ⅱより，$\overset{\frown}{DE}$ の中心角は 360÷6＝60°

よって，円周角は 30°(＝∠PFE)

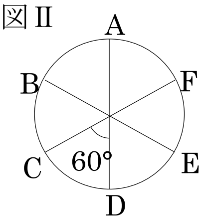
$\overset{\frown}{BF}$ の円周角は 60°(＝∠BEF)

△FPE で，∠FPE＝180－(30＋60)

＝90

対頂角は等しいから，∠x＝90

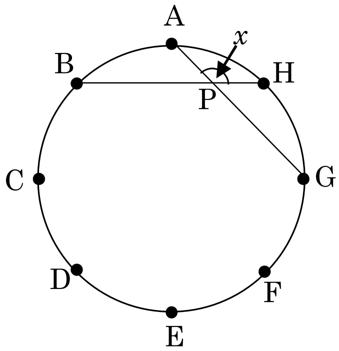
図Ⅱ



［答］ 90°

20 BCDE

次の図で，点 A,B,C,D,E,F,G,H は，円周を 8 等分した点である。∠x の大きさを求めなさい。



21 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。
BCDE

応用（２） hakken.の法則

例 次の図で，AQ，BQ は円 O の接線である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。

［解き方］ 円 O の中心から，点 A,B に線をひくと

$QA \perp OA$，$QB \perp OB$

四角形 AOBQ で，$\angle QAO = \angle QBO = 90°$

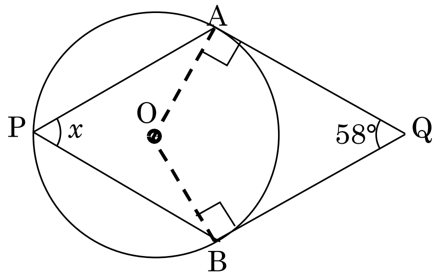
$\angle AOB = 360° - (90° \times 2 + 58°)$

$= 122°$

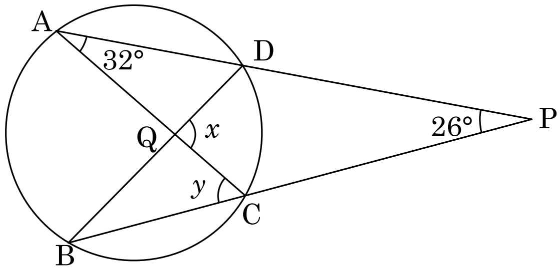
$\overset{\frown}{AB}$ の中心角は 122°

AB の円周角は 61° したがって

$\angle x = 61°$ ［答］61°



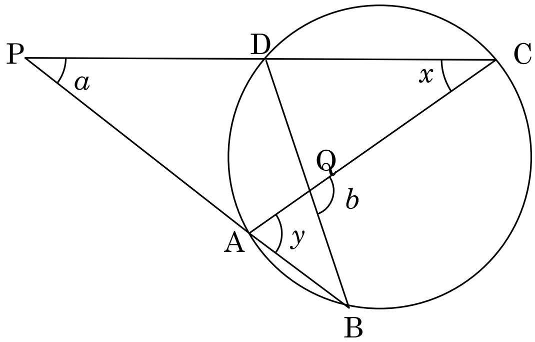
22 $\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。
BCDE



$x =$＿＿＿＿＿ $y =$＿＿＿＿＿

23 次の問いに答えなさい。
CDE

① $y - x = a$ であることを証明しなさい。

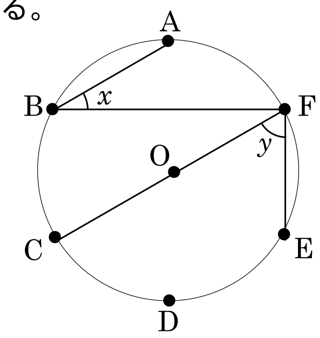


② $x + y = b$ であることを証明しなさい。

24 CDE

次の図で，A，B，C，D，E，F は円 O の円周を 6 等分する点である。

$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

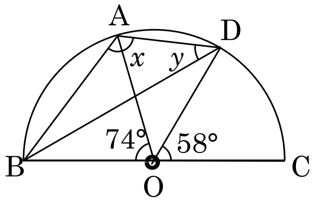


$\angle x$＝＿＿＿＿＿　　$\angle y$＝＿＿＿＿＿

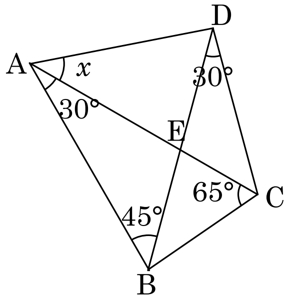
25 CDE

次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

①　BC は直径



②

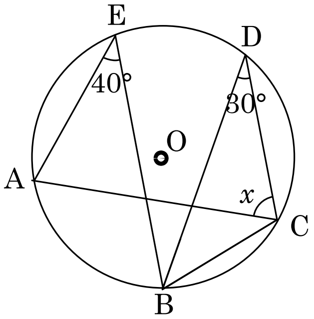


$\angle x$＝＿＿＿＿＿　　$\angle y$＝＿＿＿＿＿　　$\angle x$＝＿＿＿＿＿

26 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

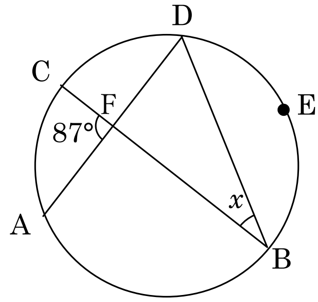
DE

① $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$



$\angle x$＝＿＿＿＿＿

② $\overset{\frown}{AC}＝\overset{\frown}{CD}＝\overset{\frown}{DE}＝\overset{\frown}{EB}$

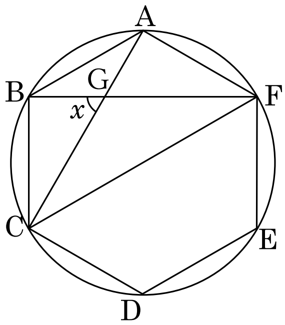


$\angle x$＝＿＿＿＿＿

27 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

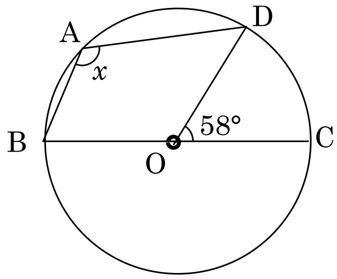
DE

① ABCDEF は正六角形



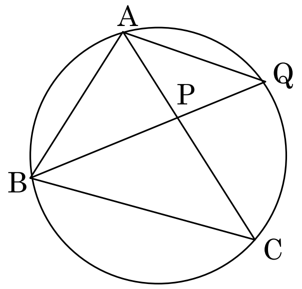
$\angle x$＝＿＿＿＿＿

② BC は直径

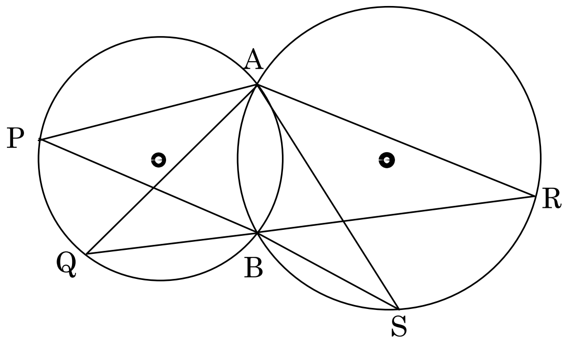


$\angle x$＝＿＿＿＿＿

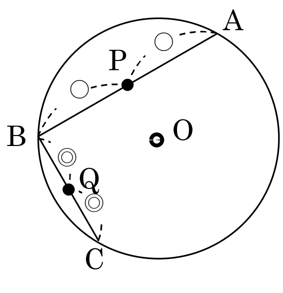
28
DE
右の図で，円周上に△ABC があり，∠ABC の二等分線をひき，辺 AC と $\overset{\frown}{AC}$ との交点をそれぞれ P，Q とするとき，△ABQ∽△PAQ であることを証明しなさい。



29
DE
右の図で，2 つの円が 2 点 A,B で交わり，PQRS が 2 つの円周上にあるとき，△AQR∽△APS であることを証明しなさい。



30
DE
右の図で，円周上に 3 点 A,B,C がある。AB,BC の中点をそれぞれ P,Q とするとき，点 B,O,P,Q は同じ円周上にあることを証明しなさい。

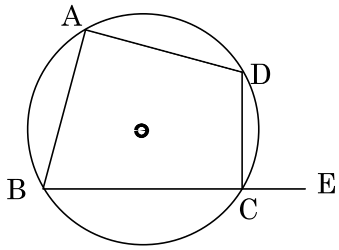


31 BCDE
次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円に内接する四角形 hakken.の法則

★4 つの頂点が 1 つの円周上にある四角形を**円に内接する四角形**という。

また，その円をその四角形の**外接円**（がいせつえん）という。



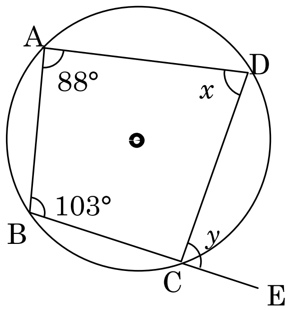
このとき，次の性質がある。

∠A＋∠C＝180°

∠B＋∠D＝180°

∠DCE＝∠A

例　次の図で，∠x，∠y の値を求めなさい。



［解き方］　∠B＋∠D＝180°より，∠x＝180－103

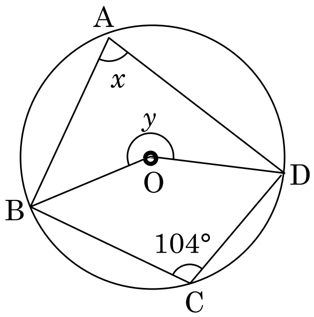
＝77°

∠DCE＝∠A より，∠y＝88°

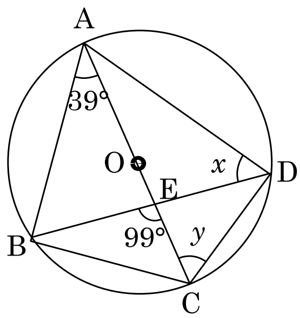
［答］　∠x＝77°　　∠y＝88°

32 BCDE
次の図において，∠x，∠y の大きさを求めなさい。ただし，②の AC は円 O の直径である。

①

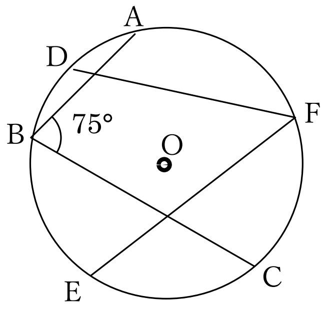


②



∠x＝＿＿＿＿　∠y＝＿＿＿＿　　∠x＝＿＿＿＿　∠y＝＿＿＿＿

33
CDE
次の図で，3 点 A，B，C は円 O の周上の点で，∠ABC＝75°である。$\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CA}$ を二等分する円 O 周上の点をそれぞれ D，E，F とするとき，∠DFE の大きさを求めなさい。



______