

27 円の性質(中3)まとめ

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

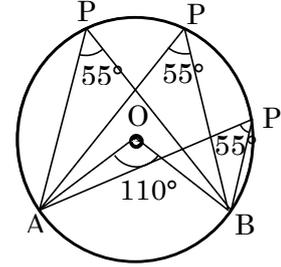
円周角と中心角 (1)

hakken.の法則 

★**円周角**…下の図の円Oで、 $\angle APB$ を、 \widehat{AB} に対する

円周角といい、 $\angle AOB$ を \widehat{AB} に対する**中心角**という。

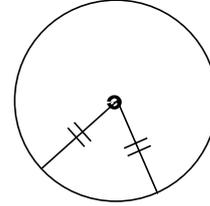
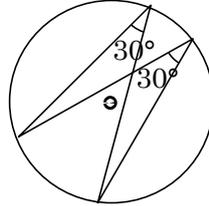
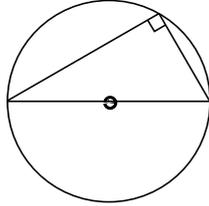
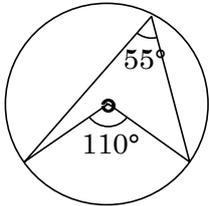
また、 \widehat{AB} (弧ABと読む)を、円周角 $\angle APB$ に対する**弧**という。



★**円周角の定理**

- ① 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。
 - ② 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。
- ※ 弦が直径のとき円周角は 90° 、中心角は 180° である。

- ① 半分になる
- ② 90° になる
- ③ 同じになる
- ④ 二等辺三角形になる



例 円周の $\frac{1}{6}$ の弧に対する中心角と円周角を求めなさい。

[解き方] 中心角は $360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$ 円周角は中心角の半分だから、 $60^\circ \times \frac{1}{2} = 30^\circ$

[答] 中心角 60° 円周角 30°

2 次の問いに答えなさい。

ABCDE

- ① 円周の $\frac{5}{6}$ の弧に対する円周角
- ② 円周の $\frac{4}{9}$ の弧に対する中心角

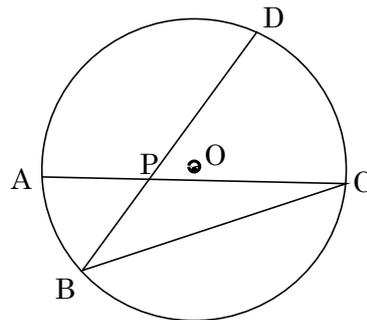
$$360^\circ \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = 150^\circ$$

$$360^\circ \times \frac{4}{9} = 160^\circ$$

150°

160°

- 3 BCDE 右の図で \widehat{AB} の長さは円周の $\frac{1}{9}$, \widehat{CD} の長さは円周の $\frac{1}{5}$ である。AC と BD の交点を P とするとき、 $\angle APB$ の大きさを求めなさい。



$$\angle ACB = 360 \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{2} = 20^\circ$$

$$\angle DBC = 360 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = 36^\circ$$

$\angle APB$ は $\triangle BPC$ における $\angle BPC$ の外角

$$\angle APB = 20^\circ + 36^\circ = 56^\circ$$

- 4 ABCDE 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

円周角と中心角 (2)

hakken. の法則

例 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図で、 \widehat{CD} は \widehat{AB} の何倍か。

[解き方] 1つの円において、弧の長さは中心角に比例するから、

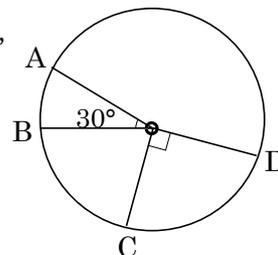
$$90^\circ \div 30^\circ = 3(\text{倍}) \quad \text{[答]} \quad \underline{3 \text{ 倍}}$$

- (2) 右の図で、 \widehat{CD} に対する円周角の大きさは、 \widehat{AB} に対する円周角の大きさの何倍か。

[解き方] \widehat{CD} に対する円周角は、 $90^\circ \div 2 = 45^\circ$

$$\widehat{AB} \text{ に対する円周角は、} 30^\circ \div 2 = 15^\circ \quad 45^\circ \div 15^\circ = 3(\text{倍})$$

$$\text{[答]} \quad \underline{3 \text{ 倍}}$$



- 5 ABCDE 次の問いに答えなさい。

- ① 右の図で、 \widehat{CD} は \widehat{AB} の何倍か。

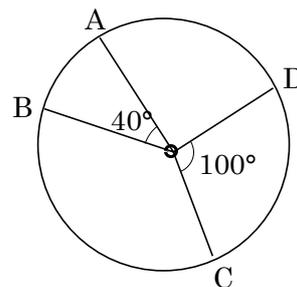
1つの円において、弧の長さは中心角に比例するから、

$$100^\circ \div 40^\circ = 2.5(\text{倍}) \quad \underline{2.5 \text{ 倍}}$$

- ② 右の図で、 \widehat{CD} に対する円周角の大きさは、 \widehat{AB} に対する円周角の大きさの何倍か。

$$\widehat{CD} \text{ に対する円周角は、} 100^\circ \div 2 = 50^\circ \quad \widehat{AB} \text{ に対する円周角は、} 40^\circ \div 2 = 20^\circ$$

$$50^\circ \div 20^\circ = 2.5(\text{倍}) \quad \underline{2.5 \text{ 倍}}$$



6 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

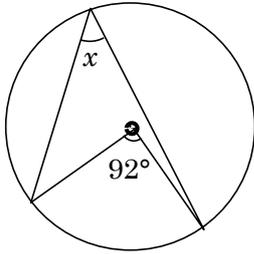
ABCDE

円周角の定理

hakken. の法則 

例 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

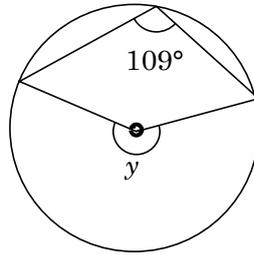
(1)



[解き方] $92 \div 2 = 46$

[答] $\angle x = 46$

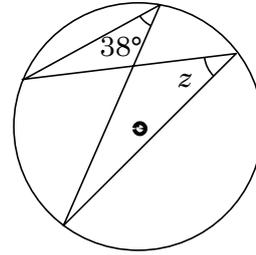
(2)



$109 \times 2 = 218$

$\angle y = 218$

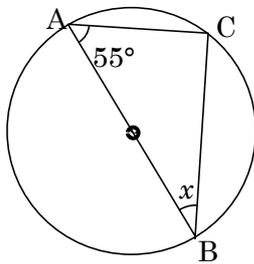
(3)



同じ弧に対する円周角は等しい

$\angle z = 38$

(4)

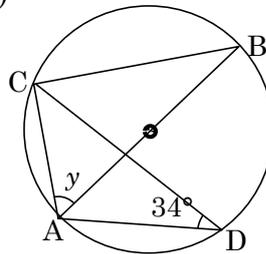


[解き方] 半円の弧に対する
円周角は 90

$180 - (90 + 55) = 35$

[答] $\angle x = 35$

(5)

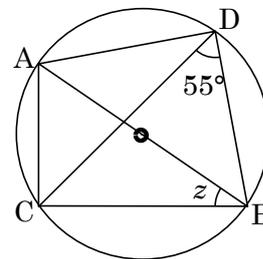


$\angle B = 34$, $\angle C = 90$

$\angle y = 180 - (34 + 90) = 56$

$\angle y = 56$

(6)



$\angle ADB = 90$,

$\angle ADC = 90 - 55 = 35$

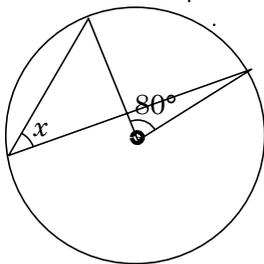
$\angle ADC = \angle z$

$\angle z = 35$

7 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

ABCDE

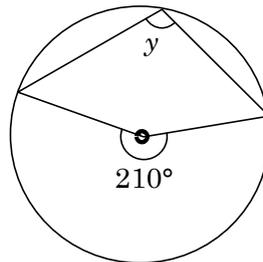
①



$80 \div 2 = 40$

$\angle x = 40$

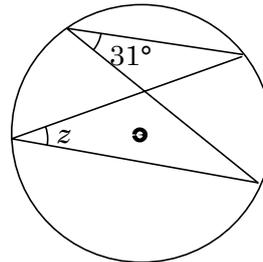
②



$210 \div 2 = 105$

$\angle y = 105$

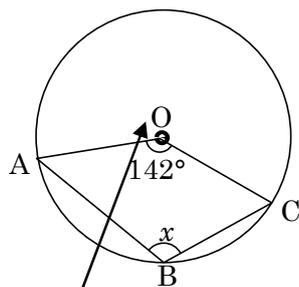
③



$\angle z = 31$

8 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

BCDE ①

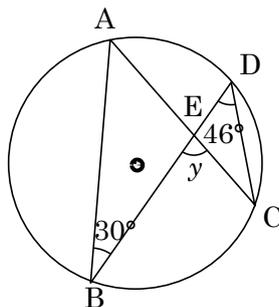


$$360^\circ - 142^\circ = 218^\circ$$

$$218^\circ \div 2 = 109^\circ$$

$$\angle x = \underline{109^\circ}$$

②



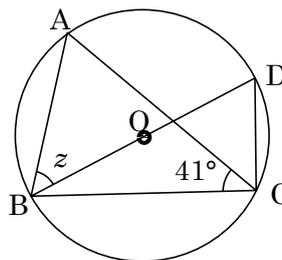
$$\angle ABD = \angle ACD = 30^\circ$$

$$\angle D + \angle C = \angle y$$

$$\angle y = 30^\circ + 46^\circ = 76^\circ$$

$$\angle y = \underline{76^\circ}$$

③ BD が直径



直径の弧に対する円周角より

$$\angle BCD = 90^\circ$$

$$\angle z = \angle ACD$$

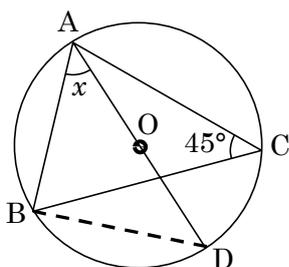
$$= \angle BCD - \angle ACB$$

$$= 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$$

$$\angle z = \underline{49^\circ}$$

9 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

ABCDE ① AD は直径



BD をひく

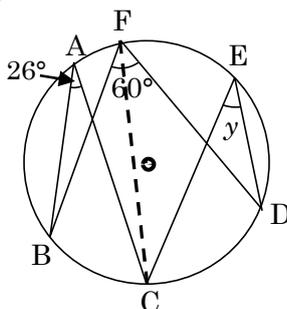
$$\angle D = 45^\circ, \angle ABD = 90^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - (45^\circ + 90^\circ)$$

$$= 45^\circ$$

$$\angle x = \underline{45^\circ}$$

②



FC をひく

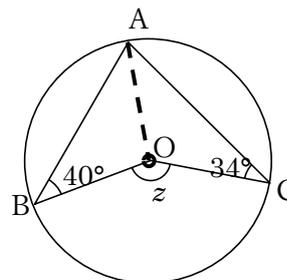
$$\angle A = \angle BFC = 26^\circ$$

$$\angle y = \angle CFD = 60^\circ - 26^\circ$$

$$= 34^\circ$$

$$\angle y = \underline{34^\circ}$$

③



AO をひく

$$BO = AO = CO (\text{半径})$$

$\triangle ABO, \triangle ACO$ は

二等辺三角形

$$\angle A = 40^\circ + 34^\circ = 74^\circ$$

$$\angle z = 74^\circ \times 2 = 148^\circ$$

$$\angle z = \underline{148^\circ}$$

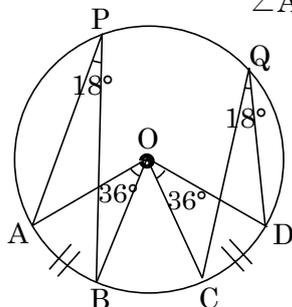
10 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

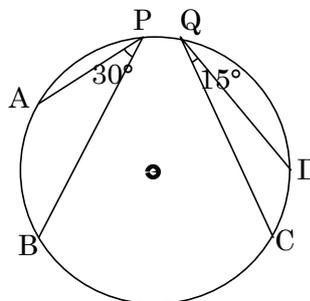
等しい弧に対する円周角

hakken. の法則 

★ 等しい弧に対する円周角は等しい。
 等しい弧に対する中心角は等しい。
 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ならば, $\angle AOB = \angle COD$
 $\angle APB = \angle CQD$

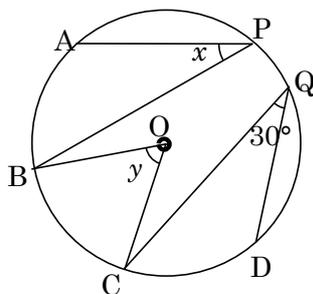


★ 1つの円で, 弧の長さは,
 その弧に対する円周角の大きさに比例する。
 $\widehat{AB} = 2 \widehat{CD}$ ならば, $\angle APB = 2 \angle CQD$

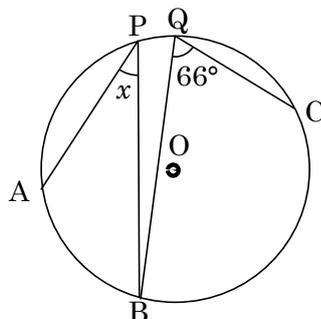


例 次の $\angle x$, $\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

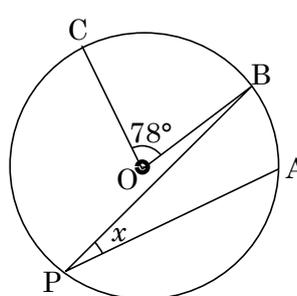
(1) $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$



(2) $2\widehat{AB} = \widehat{BC}$



(3) $2\widehat{AB} = \widehat{BC}$



[解き方]

$\widehat{AB} = \widehat{CD}$

$x : 30 = 1 : 1$

$x = 30$

$y = 2x$

$y = 60$

[答] $\angle x = 30^\circ, \angle y = 60^\circ$

$2\widehat{AB} = \widehat{BC}$

$x = 66 \div 2$

$= 33$

$\angle x = 33^\circ$

$2\widehat{AB} = \widehat{BC}$

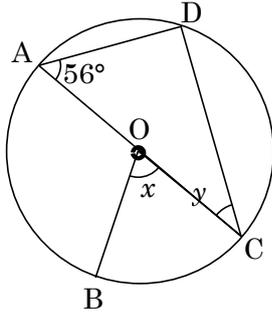
$x = 78 \div 2 \div 2$

$= 19.5$

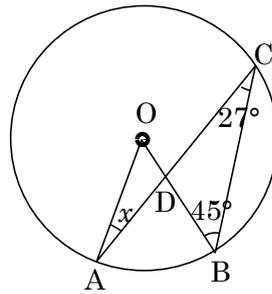
$\angle x = 19.5^\circ$

11 次の $\angle x$, $\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

ABCDE ① $AD=BC$ 、 AC は直径 ②



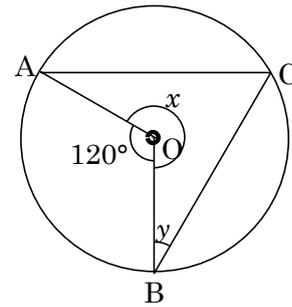
AC は直径だから
 $\angle ADC = 90^\circ$
 $y = 180 - (90 + 56)$
 $= 34$
 $\widehat{AD} = \widehat{BC}$
 $x = 34^\circ \times 2$
 $x = 68^\circ$



$\angle BDC = 180^\circ - (45^\circ + 27^\circ)$
 $= 108^\circ$
 $= \angle ADO$
 $\angle AOB = 27^\circ \times 2$
 $= 54^\circ$
 $x = 180^\circ - (108^\circ + 54^\circ)$
 $= 18^\circ$

別解 $\angle AOB = 27^\circ \times 2$
 $= 54^\circ$
 $\angle ODC = 27^\circ + 45^\circ$
 $= 72^\circ$
 $x = 72^\circ - 54^\circ$
 $= 18^\circ$

③ $AC=BC$



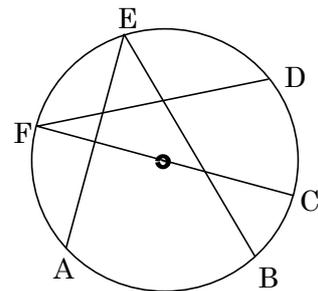
$x = 360^\circ - 120^\circ$
 $= 240^\circ$
 $\angle ACB = 120^\circ \div 2$
 $= 60^\circ$
 $2y + 60^\circ + 240^\circ = 360^\circ$
 $2y = 60^\circ$
 $y = 30^\circ$

$\angle x = \underline{68^\circ}$ $\angle y = \underline{34^\circ}$ $\angle x = \underline{18^\circ}$ $\angle x = \underline{240^\circ}$ $\angle y = \underline{30^\circ}$

12 次の図で、 $\angle CFD = 27^\circ$, $\widehat{AB} : \widehat{CD} = 5 : 3$ のとき、 $\angle AEB$ の大きさを求めなさい。

$5 : 3 = x : 27$
 $3x = 135$
 $x = 45^\circ$

45°



13 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

円周角の定理の逆

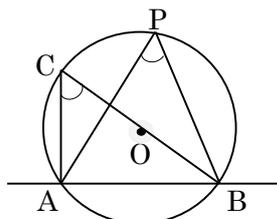
hakken. の法則 

★円の内部と外部

円 O の円周上に 3 点 A, B, C がある。直線 AB について、点 C と同じ側に点 P をとるとき、 $\angle APB$ と $\angle ACB$ の大小は、P の位置により次のようになる。

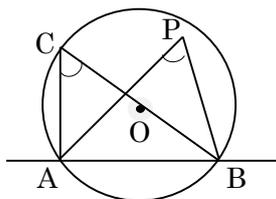
① 点 P が円周上に
あるとき

$\rightarrow \angle APB = \angle ACB$



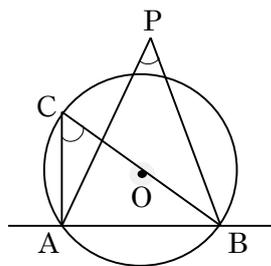
② 点 P が円の内部に
あるとき

$\rightarrow \angle APB > \angle ACB$



③ 点 P が円の外部に
あるとき

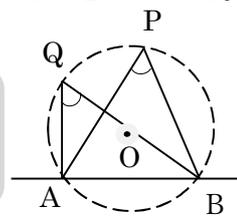
$\rightarrow \angle APB < \angle ACB$



★円周角の定理の逆

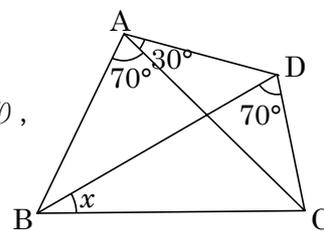
上の ①~③ から、 $\angle APB = \angle ACB$ ならば、点 P は円 O の周上にあることがわかる。したがって、次の円周角の定理の逆が成り立つ。

4 点 A, B, P, Q について、P, Q が直線 AB の同じ側にあつて、
 $\angle APB = \angle AQB$
ならば、この 4 点は 1 つの円周上にある。



例 右の図の 4 点 A, B, C, D は、同じ円周上にあるか
答えなさい。また $\angle x$ を求めなさい。

[解き方] 2 点 A, D は直線 BC について同じ側にあり、
 $\angle BAC = \angle BDC$ であるから、円周角の定理の逆により、
4 点 A, B, C, D は 1 つの円周上にある。このとき、
 $\angle x$ は \widehat{DC} に対する円周角であるから、 $\angle x = \angle CAD = 30^\circ$



[答] 円周上にある。 $\angle x = 30^\circ$

14 右の図で、4 点 A, B, C, D が同じ円周上にあるためには、 $\angle x$, $\angle y$ の大きさは何度で
なければならぬか、求めなさい。

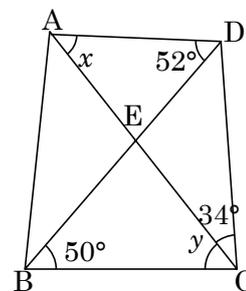
ABCDE

同じ円周上にあるためには、同じ弧に対する円周角は
等しくなければならないから、

$\angle x = 50^\circ$,

$\angle y = 52^\circ$

$\angle x = \underline{50^\circ}$ $\angle y = \underline{52^\circ}$



15 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

BCDE

円周角の定理を利用した証明

hakken. の法則 

例 右の図のように、2つの弦 AB, CD の交点を P とするとき、
 $\triangle DAP \sim \triangle BCP$ となることを証明しなさい。

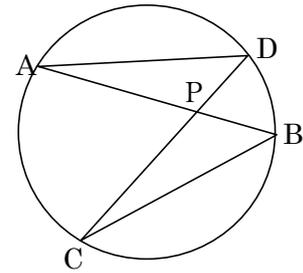
[証明] $\triangle DAP$ と $\triangle BCP$ において

$$\angle DPA = \angle BPC \text{ (対頂角)} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\angle ADP = \angle CBP \text{ (円周角)} \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より 2組の角がそれぞれ等しい

よって、 $\triangle DAP \sim \triangle BCP$



16 右の図のように、円の2つの弦 AB, CD が交わっている。2つの直線 AD, CB をひいて、その交点を P とするとき、 $\triangle ABP \sim \triangle CDP$ となることを証明しなさい。

BCDE

$\triangle ABP$ と $\triangle CDP$ において

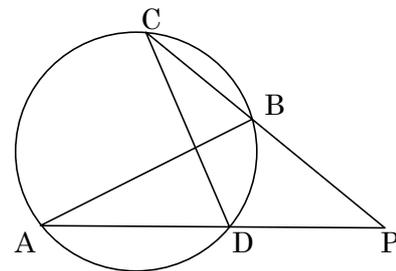
$$\text{共通だから, } \angle APB = \angle CPD \quad \dots \textcircled{1}$$

同じ弧に対する円周角は等しいから、

$$\angle BAP = \angle DCP \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より 2組の角が、それぞれ等しい

よって、 $\triangle ABP \sim \triangle CDP$



17 右の図で、A, B, C, P は円周上の点で、 $BP = PC$ である。また、AP と BC の交点を Q とする。
 $\triangle ABP \sim \triangle AQC$ となることを証明しなさい。

CDE

$\triangle ABP$ と $\triangle AQC$ において

同じ弧に対する円周角は等しいから

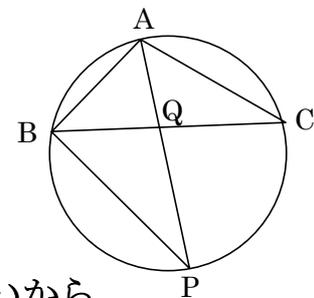
$$\angle APB = \angle ACQ \quad \dots \textcircled{1}$$

$BP = PC$ より、等しい弧に対する円周角は等しいから

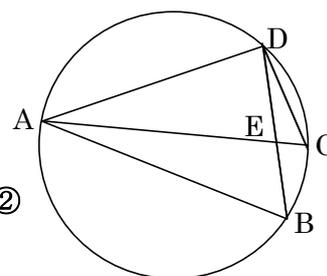
$$\angle BAP = \angle QAC \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より 2組の角がそれぞれ等しい

よって、 $\triangle ABP \sim \triangle AQC$



- 18 右の図で、 $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAC=\angle CAD$ です。 $AB=10\text{cm}$, $AD=8\text{cm}$ のとき、
CDE 線分 CD の長さを求めなさい。



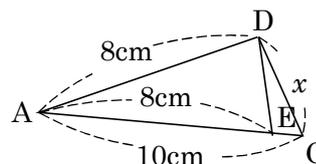
$\triangle ADC$ と $\triangle DEC$ で、
 仮定より、 $\angle BAC=\angle CAD$ …①
 同じ弧に対する円周角は等しいから、 $\angle BAC=\angle BDC$ …②
 ①②より、 $\angle CAD=\angle CDE$ …③
 共通より、 $\angle DCA=\angle ECD$ …④
 ③④より 2 組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADC \sim \triangle DEC$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいので、
 $AC : DC = DC : EC$, $DC = x$ とおくと

$$10 : x = x : (10 - 8)$$

$$10 : x = x : 2 \quad x^2 = 20$$

$$x = \pm 2\sqrt{5}$$



長さなので負の値はふさわしくない。よって $2\sqrt{5}\text{ cm}$ $2\sqrt{5}\text{ cm}$

- 19 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

BCDE

応用 (1)

hakken. の法則

例 次の図で、点 A, B, C, D, E, F は、円周を 6 等分した点である。

$\angle x$ の大きさを求めなさい。

[解き方] FE をひく。図 II より、 \widehat{DE} の中心角は $360 \div 6 = 60^\circ$

よって、円周角は $30^\circ (= \angle PFE)$

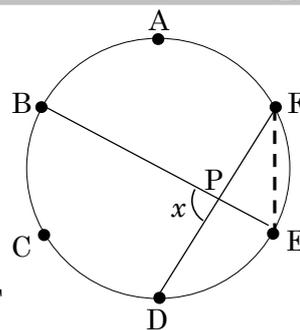
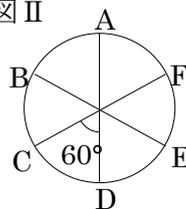
BF の円周角は $60^\circ (= \angle BEF)$

$$\triangle FPE \text{ で、 } \angle FPE = 180 - (30 + 60) = 90$$

対頂角は等しいから、 $\angle x = 90$

[答] 90°

図 II



- 20 次の図で、点 A, B, C, D, E, F, G, H は、円周を 8 等分した点である。

BCDE

$\angle x$ の大きさを求めなさい。

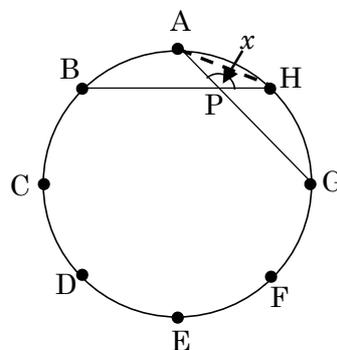
\widehat{AH} をひく

$\widehat{AB}, \widehat{GH}$ の中心角は $360 \div 8 = 45^\circ$

よって、 $\widehat{AB}, \widehat{GH}$ の円周角は $45^\circ \div 2 = 22.5^\circ$

$\triangle APH$ で、

$$\angle x = 180^\circ - (22.5^\circ \times 2) = 135^\circ$$



135°

21 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。

BCDE

応用(2)

hakken. の法則 

例 次の図で、AQ, BQ は円 O の接線である。∠x の大きさを求めなさい。

[解き方] 円 O の中心から、点 A, B に線をひくと

$$QA \perp OA, QB \perp OB$$

$$\text{四角形 AOBQ で, } \angle QAO = \angle QBO = 90^\circ$$

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ \times 2 + 58^\circ)$$

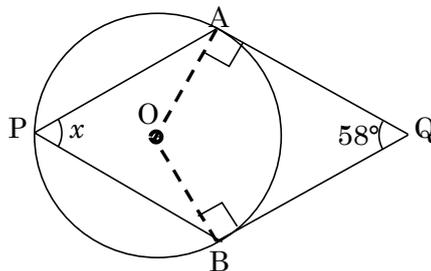
$$= 122^\circ$$

∠AB の中心角は 122°

AB の円周角は 61° したがって

$$\angle x = 61^\circ$$

[答] 61°



22 ∠x, ∠y の大きさを求めなさい。

BCDE

△ACP で,

三角形の内角と外角の性質から,

$$y = 26^\circ + 32^\circ$$

$$= 58^\circ$$

△QBC で,

∠DC に対する円周角だから,

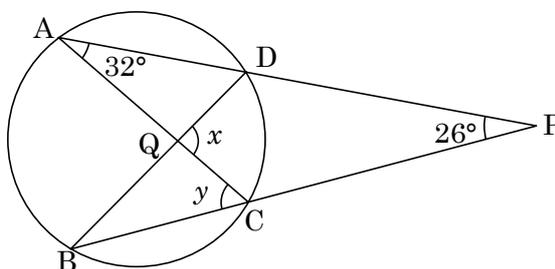
$$\angle DAC = \angle DBC = 32^\circ$$

三角形の内角と外角の性質から,

$$x = 58^\circ + 32^\circ$$

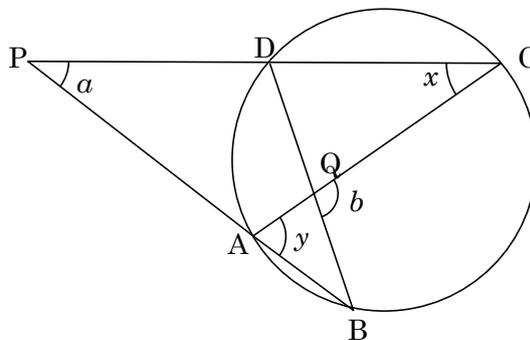
$$= 90^\circ$$

$$x = \underline{90^\circ} \quad y = \underline{58^\circ}$$



23 次の問いに答えなさい。

CDE ① $y - x = a$ であることを証明しなさい。



$\triangle PCA$ で,
 三角形の内角と外角の性質より,

$$a + x = y$$

$$-y + x = -a$$

$$y - x = a$$

② $x + y = b$ であることを証明しなさい。

\widehat{DA} の円周角より, $\angle x = \angle B \cdots \textcircled{1}$

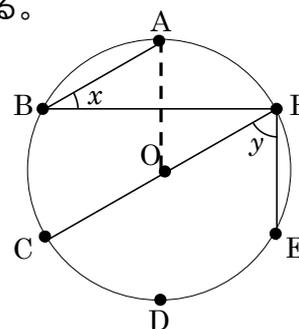
$\triangle ABQ$ で,

①と三角形の内角と外角の性質より,

$$x + y = b$$

24 次の図で, A, B, C, D, E, Fは円Oの円周を6等分する点である。

CDE $\angle x, \angle y$ の大きさを求めなさい。



$$\begin{aligned} \text{AOをひく, } \angle AOF &= 360^\circ \div 6 \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$

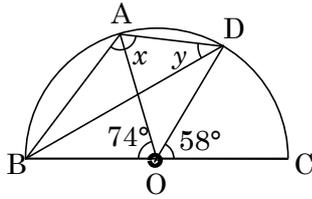
$$\begin{aligned} \angle x &= 60^\circ \div 2 \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle y &= \angle x \times 2 \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$

$$\angle x = \underline{30^\circ} \quad \angle y = \underline{60^\circ}$$

25 次の図で、 $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。

CDE ① BC は直径



\widehat{AB} に対する円周角, 中心角の関係から,

$$\begin{aligned} \angle y &= 74^\circ \div 2 \\ &= 37^\circ \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle AOD &= 180^\circ - (74^\circ + 58^\circ) \\ &= 48^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle ABD &= 48^\circ \div 2 \\ &= 24^\circ \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

①, ②より,

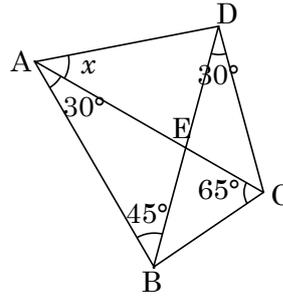
$$\begin{aligned} \angle x &= 180^\circ - (37^\circ + 24^\circ) \\ &= 119^\circ \end{aligned}$$

②別解 $\angle BAC = \angle BDC$ だから, A, B, C, D は同じ円周上にある。

よって, $\angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$, $\angle DBC = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ + 65^\circ) = 40^\circ$
 \widehat{DC} に対する円周角だから, $\angle x = \angle DBC = 40^\circ$

$$\angle x = \underline{119^\circ} \quad \angle y = \underline{37^\circ} \quad \angle x = \underline{40^\circ}$$

②



$\triangle ABE$ で, 内角と外角の関係から
 $\angle BEC = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

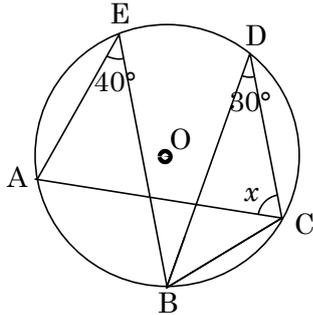
$\triangle EBC$ で,
 $\angle EBC = 180^\circ - (75^\circ + 65^\circ) = 40^\circ$

$\angle BAC = \angle BDC$ だから,

A, D, C, D は同じ円周上にある
 \widehat{DC} に対する円周角だから,
 $\angle x = \angle EBC = 40^\circ$

26 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

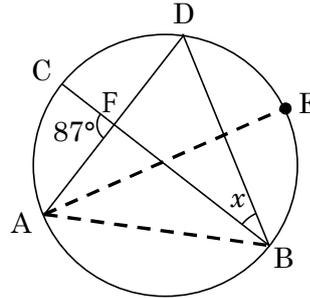
DE ① AB = CD



$\widehat{AB} = \widehat{CD}$ だから,
 $\angle AEB = \angle DBC = \angle ACB = 40^\circ$
 $\triangle BCD$ において,
 $30^\circ + 40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 70^\circ$

$$\angle x = \underline{70^\circ}$$

② $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EB}$

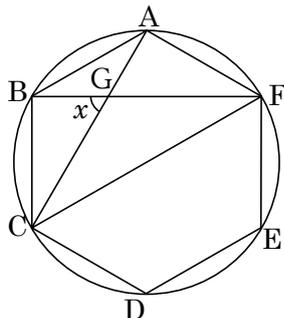


AB, AE をひく。
 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EB}$, よって,
 $\angle x = \angle ABC = \angle EAB = \angle DAE$
 三角形の内角と外角の性質から,
 $\triangle FAB$ において,
 $3x = 87^\circ, x = 29^\circ$

$$\angle x = \underline{29^\circ}$$

27 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

DE ① ABCDEF は正六角形



CF は直径だから、 $\angle CBF=90^\circ$

AB=CD=DE=EF だから

$$\angle BCA = \frac{1}{3} \angle CBF = \frac{1}{3} \times 90 = 30^\circ$$

$\triangle BCG$ において、

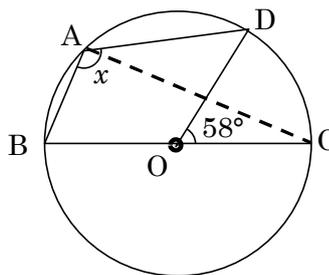
$$90^\circ + 30^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$$

$$= 60^\circ$$

$$\angle x = \underline{60^\circ}$$

② BC は直径



AC をひく、

BC は直径だから、

$$\angle BAC = 90^\circ$$

DC に対する円周角、中心角から、

$$\angle DAC = 58^\circ \div 2$$

$$= 29^\circ$$

$$x = 90^\circ + 29^\circ = 119^\circ$$

$$\angle x = \underline{119^\circ}$$

28 右の図で、円周上に $\triangle ABC$ があり、 $\angle ABC$ の二等分線をひき、辺ACと \widehat{AC} との交点をそれぞれP、Qとすると、 $\triangle ABQ \sim \triangle PAQ$ であることを証明しなさい。

\widehat{CQ} の円周角だから、 $\angle CAQ = \angle CBQ \dots ①$

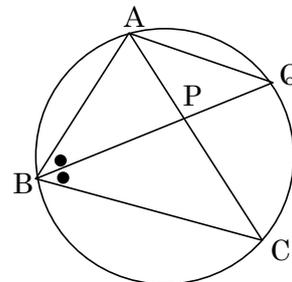
仮定より、 $\angle CBQ = \angle ABQ \dots ②$

①、②より、 $\angle ABQ = \angle CAQ (\angle PAQ) \dots ③$

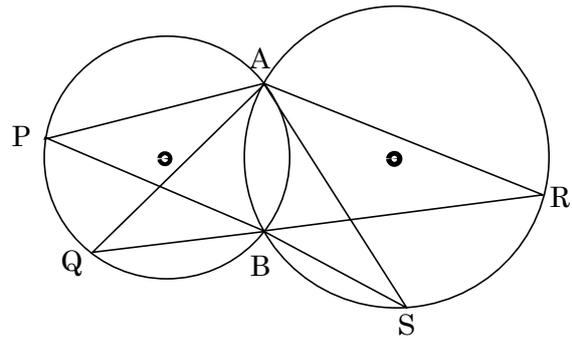
$\triangle ABQ$ と $\triangle PAQ$ で、

共通だから、 $\angle BQA = \angle AQP \dots ④$

③、④より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABQ \sim \triangle PAQ$

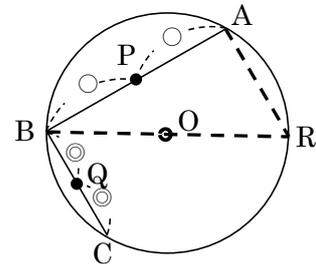


- 29 右の図で、2つの円が2点A,Bで交わり、PQRSが2つの円周上にあるとき、
DE $\triangle AQR \sim \triangle APS$ であることを証明しなさい。



同じ円周上で、
 \widehat{AB} に対する円周角だから、
 $\angle APB = \angle AQB \dots \textcircled{1}$
 $\angle ARB = \angle ASB \dots \textcircled{2}$
 $\triangle AQR$ と $\triangle APS$ で、
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle AQR \sim \triangle APS$

- 30 右の図で、円周上に3点A,B,Cがある。AB,BCの中点をそれぞれP,Qとすると、
DE 点B,O,P,Qは同じ円周上にあることを証明しなさい。



Bを通る直径をひき、円周との交点をRとする。
 またAとRを結ぶ。
 $\angle BAR = 90^\circ$
 $\triangle BAR$ で、 $BO = RO$ (半径), 中点連結定理より、 $PO \parallel AR$
 よって、 $\angle BPO = 90^\circ \dots \textcircled{1}$
 同じようにして、 $\angle BQO = 90^\circ \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ から、点B,O,P,Qは(BOを直径とする)同じ円周上にある

- 31 次の hakken. の法則を読んで解き方を覚えなさい。
BCDE

円に内接する四角形

hakken. の法則

★4つの頂点が1つの円周上にある四角形を円に内接する四角形という。

また、その円をその四角形の^{がいせつえん}外接円という。

このとき、次の性質がある。

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

$\angle B + \angle D = 180^\circ$

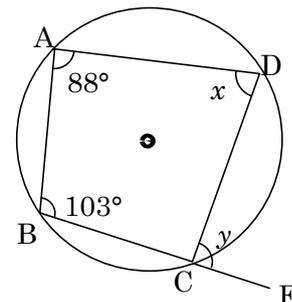
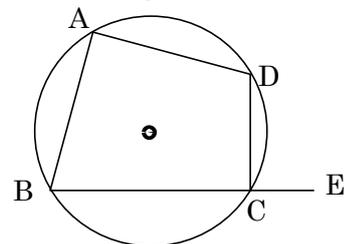
$\angle DCE = \angle A$

例 次の図で、 $\angle x$, $\angle y$ の値を求めなさい。

[解き方] $\angle B + \angle D = 180^\circ$ より、 $\angle x = 180 - 103$
 $= 77^\circ$

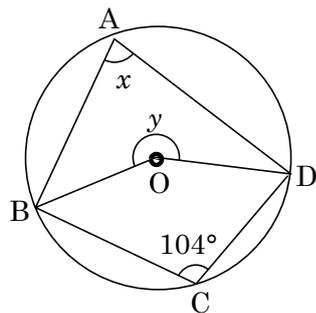
$\angle DCE = \angle A$ より、 $\angle y = 88^\circ$

[答] $\angle x = 77^\circ$ $\angle y = 88^\circ$



32 次の図において、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。ただし、②の AC は円 O の直径である。

BCDE ①



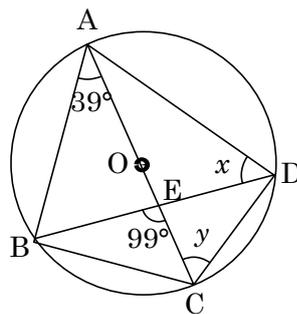
$$\angle x = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$$

$\angle y$ は、弧 BD の中心角だから、

$$\angle y = 104^\circ \times 2 = 208^\circ$$

$$\angle x = \underline{76^\circ} \quad \angle y = \underline{208^\circ}$$

②



AC は直径だから、

$$\angle ADC = 90^\circ$$

BC の円周角だから、

$$\angle BDC = \angle BAC = 39^\circ$$

$$\angle x = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$$

$\triangle ECD$ において、

$$\angle DEC = 180^\circ - 99^\circ = 81^\circ$$

$$\angle EDC = 39^\circ$$

$$\angle y = 180^\circ - (81^\circ + 39^\circ) = 60^\circ$$

$$\angle x = \underline{51^\circ} \quad \angle y = \underline{60^\circ}$$

33

CDE

次の図で、3点 A, B, C は円 O の周上の点で、 $\angle ABC = 75^\circ$ である。 \widehat{AB} , \widehat{BC} , \widehat{CA} を二等分する円 O 周上の点をそれぞれ D, E, F とするとき、 $\angle DFE$ の大きさを求めなさい。

$$\angle DFE = \angle DFB + \angle EFB \text{ となる}$$

$$\angle DFB = \frac{1}{2} \angle AFB, \quad \angle EFB = \frac{1}{2} \angle CFB \text{ なので}$$

$$\angle DFE = \frac{1}{2} \angle AFB + \frac{1}{2} \angle CFB$$

$$= \frac{1}{2} (\angle AFB + \angle CFB)$$

円に接する四角形 ABCF の対角の和は 180° になるので

$$\angle ABC + \angle AFB + \angle CFB = 180^\circ$$

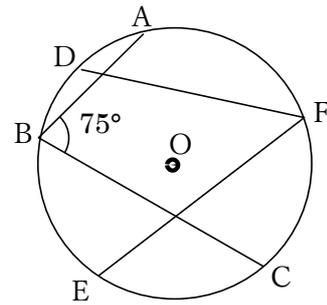
$$\angle AFB + \angle CFB = 180^\circ - \angle ABC$$

$$= 180^\circ - 75^\circ$$

$$= 105^\circ$$

$$\angle DFE = \frac{1}{2} \times 105^\circ$$

$$= 52.5^\circ$$



52.5°